פתרון תרגיל

פרבולה עם מעגל

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 137, ת. 11

השאלה

11) אחת מנקודות החיתוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ והמעגל $x^2+y^2+10x-175 = 0$ היא A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק לפרבולה בנקודה A מאונך למשיק למעגל בנקודה A.

א. מצא את משוואת הפרבולה.

ב. מצא את נקודת מפגש הגבהים של המשולש שצלעותיו מונחות על שני המשיקים הנ"ל ועל ציר ה-x. **(הערה:** אין צורך למצוא את משוואות המשיקים ולא את משוואות הגבהים).

אחת מנקודות החיתוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ והמעגל $x^2+y^2+10x-175 = 0$

היא A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק לפרבולה בנקודה A מאונך למשיק למעגל בנקודה A.

א. מצא את משוואת הפרבולה.

פתרון

נבצע השלמה לריבוע מלא עבור המעגל:

$$x^2 + 10x + y^2 - 175 = 0$$

$$(x+5)^2 - 25 + y^2 - 175 = 0$$

$$\boldsymbol{(x+5)^2 + y^2 = 200}$$

אחת מנקודות החיתוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ והמעגל $x^2+y^2+10x-175 = 0$
היא A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק לפרבולה בנקודה A מאונך למשיק למעגל בנקודה A.
א. מצא את משוואת הפרבולה.

פתרון

משוואת משיק למעגל בנקודה שעליו:

$$(x-a)(x_A-a)+(y-b)(y_A-b)=R^2$$

$$(x+5)(x_A+5)+(y-0)(y_A-0)=200$$

$$(x+5)(x_A+5)+yy_A=200$$

אחת מנקודות החיתוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ והמעגל $x^2+y^2+10x-175 = 0$
היא A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק לפרבולה בנקודה A מאונך למשיק למעגל בנקודה A.
א. מצא את משוואת הפרבולה.

פתרון

משוואת משיק למעגל בנקודה שעליו:

$$(x+5)(x_A+5) + yy_A = 200$$

$$m_1 = -\frac{x_A+5}{y_A}$$

אחת מנקודות החיתוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ והמעגל $x^2+y^2+10x-175 = 0$
היא A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק לפרבולה בנקודה A מאונך למשיק למעגל בנקודה A.
א. מצא את משוואת הפרבולה.

פתרון

משוואת משיק לפרבולה בנקודה שעליה:

$$yy_A = p(x + x_A)$$

$$m_2 = \frac{p}{y_A}$$

המשיק למעגל מאונך למשיק לפרבולה באותה הנקודה:

אחת מנקודות החיתוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ והמעגל $x^2+y^2+10x-175 = 0$
היא A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק לפרבולה בנקודה A מאונך למשיק למעגל בנקודה A.
א. מצא את משוואת הפרבולה.

פתרון

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$\frac{p}{y_A} = \frac{y_A}{x_A + 5}$$

$$p = \frac{y_A^2}{x_A + 5}$$

הנקודה על הפרבולה ולכן מקיימת את משוואתה

אחת מנקודות החיתוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ והמעגל $x^2+y^2+10x-175 = 0$
היא A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק לפרבולה בנקודה A מאונך למשיק למעגל בנקודה A.
א. מצא את משוואת הפרבולה.

פתרון

$$p = \frac{2px_A}{x_A + 5}$$

$$x_A + 5 = 2x_A$$

$$\boldsymbol{x_A = 5}$$

אחת מנקודות החיתוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ והמעגל $x^2+y^2+10x-175 = 0$
היא A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק לפרבולה בנקודה A מאונך למשיק למעגל בנקודה A.
א. מצא את משוואת הפרבולה.

פתרון

הנקודה על המעגל ולכן מקיימת את משוואתו :

$$(5+5)^2+y_A^2 = 200$$

$$y_A^2 = 100$$

$$\mathbf{0 < y_A = 10}$$

$$A(5,10)$$

אחת מנקודות החיתוך של הפרבולה $y^2 = 2px$ והמעגל $x^2+y^2+10x-175 = 0$

היא A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק לפרבולה בנקודה A מאונך למשיק למעגל בנקודה A.

א. מצא את משוואת הפרבולה.

פתרון

הנקודה על הפרבולה ולכן מקיימת את משוואתה

$$10^2 = 2p \cdot 5$$

$$\boldsymbol{p = 10}$$

משוואת הפרבולה: $\boldsymbol{y^2 = 20x}$

ב. מצא את נקודת מפגש הגבהים של המשולש שצלעותיו מונחות על שני המשיקים הנ״ל ועל ציר ה-x. (**הערה:** אין צורך למצוא את משוואות המשיקים ולא את משוואות הגבהים).

פתרון

המשיקים מאונכים זה לזה, ומכאן שצלעות המשולש מאונכות, משולש ישי״ז.
מפגש הגבהים יהיה נקודת החיתוך בין הצלעות, בין המשיקים

עפ״י סעיף א׳, נקודת החיתוך בין המשיקים: $A(5,10)$

בהצלחה