הקנייה

משוואת המשיק לפרבולה בנקודה שעליה

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 123–124

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

הקנייה

משיק לפרבולה

נדגיש תחילה שמשיק לפרבולה לא יכול להיות מאונך לציר ה-y (ראה הערה ג׳ בעמ׳ הבא). נוכל להגדיר:

ישר שאינו מאונך לציר ה-y משיק לפרבולה אם יש לו נקודה אחת ויחידה משותפת עם הפרבולה.

נביא עכשיו את הנוסחה למציאת **משוואת המשיק לפרבולה בנקודה שעליה**.

הקנייה

משוואת המשיק לפרבולה בנקודה שעליה

כפי שידוע **מהחשבון הדיפרנציאלי**, משוואת המשיק בנקודה (x_1, y_1) שעל גרף פונקציה $f(x)$ היא $y-y_1 = f'(x_1)(x-x_1)$ כאשר $f'(x_1)$ הוא **שיפוע המשיק**. נגזור את משוואת הפרבולה $y^2 = 2px$ **גזירה סתומה** ונקבל $2y \cdot y' = 2p$ ומכאן $y' = \frac{p}{y}$, כלומר **השיפוע** הוא $\frac{p}{y_1}$. לכן משוואת המשיק היא $y-y_1 = \frac{p}{y_1}(x-x_1)$. נכפול ב- y_1 ונקבל $yy_1-y_1^2 = px-px_1$, ז"א $yy_1 = px-px_1+y_1^2$. הנקודה (x_1,y_1) על **הפרבולה** ולכן $y_1^2 = 2px_1$, מכאן שמשוואת המשיק היא $yy_1 = px-px_1+2px_1 = p(x+x_1)$. **לסיכום:**

הקנייה

משוואת המשיק לפרבולה $y^2 = 2px$ בנקודה (x_1, y_1) שעליה היא:

$$\boxed{yy_1 = p(x+x_1)}$$

הקנייה

הערות:

א) משוואת המשיק לפרבולה $y^2 = 2px$ בנקודה (x_1, y_1) שעליה **בצורה המפורשת** היא: $\boxed{y = \frac{p}{y_1}x + \frac{px_1}{y_1}}$. כלומר השיפוע m הוא: $\boxed{m = \frac{p}{y_1}}$

והאיבר החופשי b הוא: $\boxed{b = \frac{px_1}{y_1}}$.

ב) אם $x_1 = 0$ אז גם $y_1 = 0$ ונקבל ש-$px = 0$ כלומר $x = 0$. מכאן שהמשיק לפרבולה בנקודה $(0,0)$ הוא ציר ה-y.

הקנייה

ג) אם שיפוע המשיק הוא אפס, כלומר $\frac{p}{y_1} = 0$, אז $p = 0$ וזה לא ייתכן לכן
אין משיק המאונך לציר ה-y.

ד) חשוב לזכור שאם (x_1, y_1) היא נקודת ההשקה שנמצאת על הפרבולה $y^2 = 2px$
אז מתקיים $y_1^2 = 2px_1$ ולכן גם $\boxed{\mathbf{x_1 = \frac{y_1^2}{2p}}}$.

הקנייה

דוגמא:

ישר המאונך לציר ה-x עובר דרך מוקד הפרבולה $y^2 = 12x$ וחותך אותה בנקודות A ו-B. מצא את משוואות המשיקים לפרבולה בנקודות A ו-B.

פתרון:

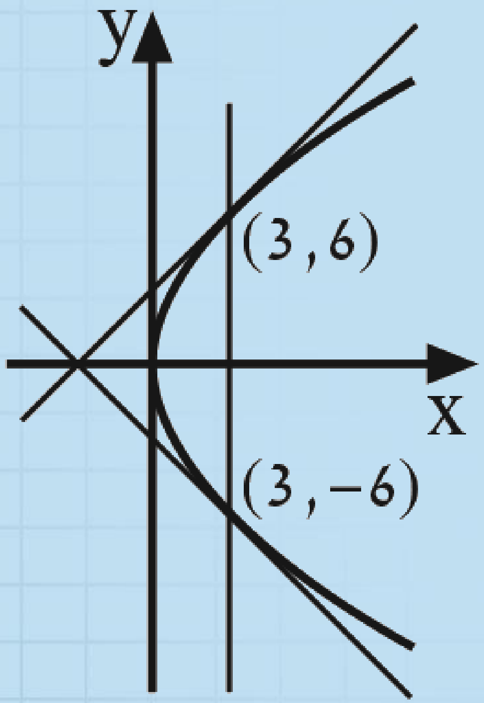
המוקד הוא בנקודה $(\frac{p}{2}, 0)$. כאן $p = 6$ ולכן המוקד הוא בנקודה $(3, 0)$. משוואת הישר המאונך היא $x = 3$.

נציב $x = 3$ במשוואת הפרבולה ונקבל $y^2 = 12 \cdot 3 = 36$,
כלומר $y = \pm 6$ ונקודות ההשקה הן $(3, 6)$ ו-$(3, -6)$.

הקנייה

דוגמא:

ישר המאונך לציר ה-x עובר דרך מוקד הפרבולה $y^2 = 12x$ וחותך אותה בנקודות A ו-B. מצא את משוואות המשיקים לפרבולה בנקודות A ו-B.



משוואות המשיקים הן $y \cdot 6 = 6(x+3)$ ו-$y \cdot (-6) = 6(x+3)$,

כלומר $y = x+3$ ו-$y = -x-3$.

בהצלחה