

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

# הקנייה

## משוואת הפרבולה ותיאורה הגרפי

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-1

582, עמ' 116-118

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין  
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[ \gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



# הקנייה

## הגדרת הפרבולה

פרט למעגל קיימות עקומות נוספות שהן תיאורים גרפיים של משוואה מהמעלה השנייה. נדון תחילה בפרבולה. נביא את ההגדרה.

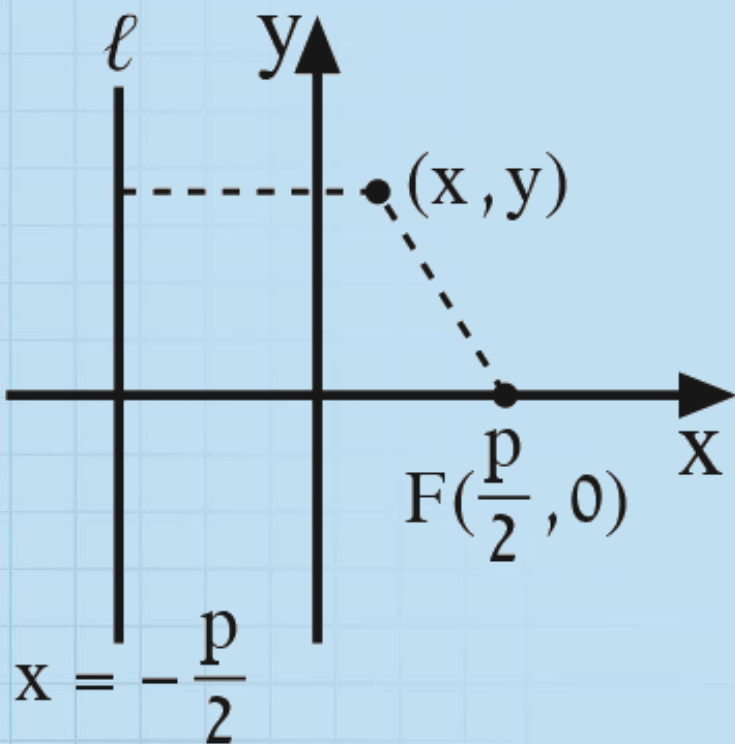
**הגדרת הפרבולה – המקום הגיאומטרי של כל הנקודות שנמצאות במרחק שווה מנקודה קבועה ומישר קבוע נקרא פרבולה.**

הנקודה הקבועה נקראת מוקד הפרבולה ומסומנת בדרך כלל ב-F. הישר הקבוע נקרא מדריך הפרבולה (נסמנו ב-l). כל אחד מהמרחקים השווים של נקודה שעל הפרבולה מהמוקד והמדריך נקרא רדיוס וקטור ומסומן ב-x. המאפיין של הפרבולה הוא המרחק בין המוקד למדריך. מרחק זה נקרא הפרמטר של הפרבולה ומסומן ב-p, מכאן ש-p הוא מספר חיובי. נקודת אמצע המרחק שבין המוקד למדריך נקראת קודקוד הפרבולה.

# הקנייה

## המשוואה האלגברית של הפרבולה

נבחר את המוקד כנקודה על הכיוון החיובי של ציר ה- $x$  ואת המדריך כישר המאונך לציר ה- $x$  כך שציר ה- $y$  חוצה את המרחק שבין המוקד למדריך. לכן קודקוד הפרבולה הוא בראשית הצירים. מכאן ששיעורי המוקד הם  $F(\frac{p}{2}, 0)$  ומשוואת המדריך  $\ell$  היא  $x = -\frac{p}{2}$ . נמצא את משוואתה של פרבולה כזאת, הנקראת פרבולה קנונית.



# הקנייה

תהי  $(x, y)$  נקודה על הפרבולה. מרחק הנקודה מהמדרוך  $x = -\frac{p}{2}$  הוא

$x - (-\frac{p}{2}) = x + \frac{p}{2}$ . מרחק הנקודה מהמוקד  $(\frac{p}{2}, 0)$  הוא  $\sqrt{(x - \frac{p}{2})^2 + y^2}$ . היות והמרחקים

שווים נקבל את המשוואה:  $\sqrt{(x - \frac{p}{2})^2 + y^2} = x + \frac{p}{2}$ . נעלה בריבוע  $(x - \frac{p}{2})^2 + y^2 = (x + \frac{p}{2})^2$ ,

לכן  $x^2 - px + \frac{p^2}{4} + y^2 = x^2 + px + \frac{p^2}{4}$  ומכאן  $y^2 = 2px$ . לסיכום:

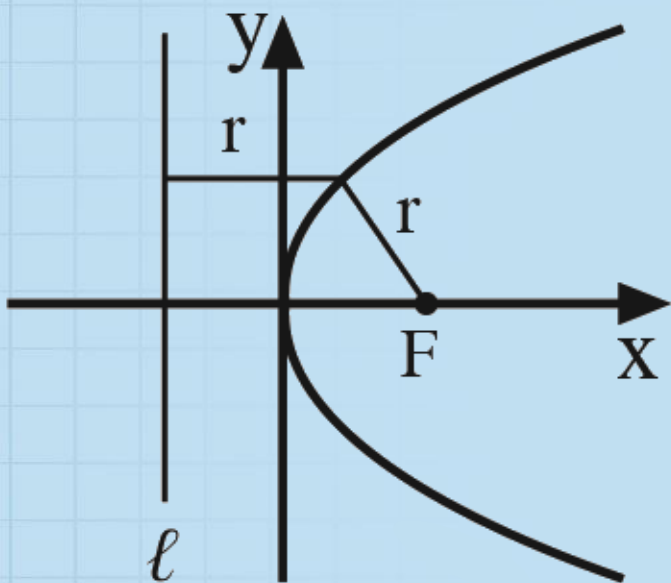
משוואת הפרבולה שמוקדה בנקודה  $(\frac{p}{2}, 0)$  והמדרוך שלה הוא  $x = -\frac{p}{2}$  היא:

$$y^2 = 2px$$

# הקנייה

## התיאור הגרפי של הפרבולה

מהמשוואה  $y^2 = 2px$  רואים ש- $x$  חייב להיות אי שלילי כי ברור ש- $y^2 \geq 0$  וכן  $p > 0$ . כמו כן הפרבולה סימטרית לגבי המשתנה  $y$  כלומר סימטרית לגבי ציר ה- $x$ . התיאור הגרפי איננו קו סגור והוא מופיע משמאל.

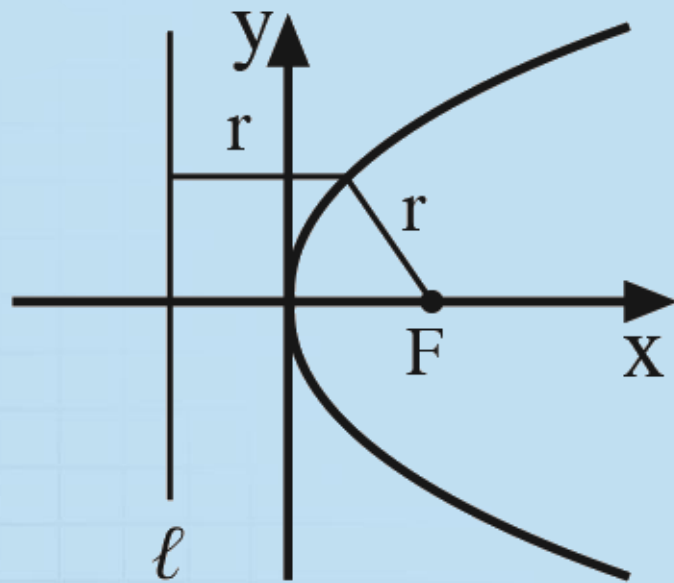


ל-  $x + \frac{p}{2}$ .

בפרבולה קנונית הקודקוד הוא בראשית הצירים. ציר ה- $x$  נקרא ציר הסימטריה של הפרבולה או גם ציר הפרבולה. כל אחד משני רדיוסי הווקטור שעל נקודה של הפרבולה שווה ( $x$  הוא השיעור הראשון של הנקודה שעל הפרבולה).

# הקנייה

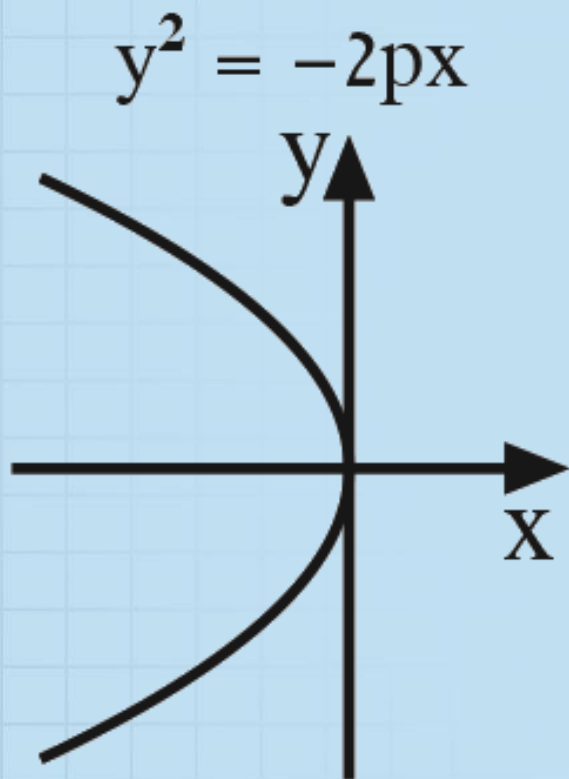
שנים לב: המרחק של כל נקודה  $(x, y)$  שעל הפרבולה מהמוקד ומהמדרין הוא  $x + \frac{p}{2}$ .



# הקנייה

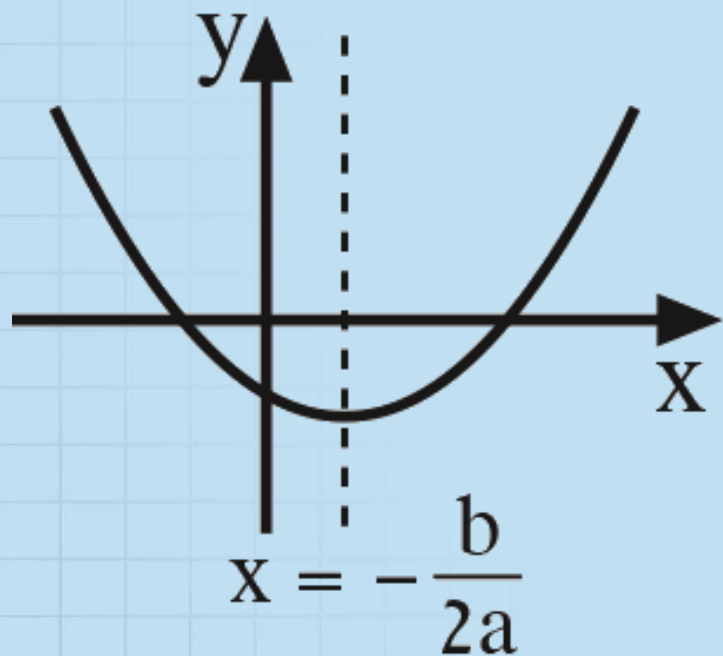
הערות:

(א) ניתן לדבר גם על הפרבולה  $y^2 = -2px$  ( $p > 0$ ). במקרה זה המשתנה  $x$  מקבל רק ערכים שליליים ואפס.



# הקנייה

ב) קיימות גם פרבולות רגילות מהצורה  $y = ax^2 + bx + c$ .  
להבדיל מהפרבולות הקודמות, פרבולות אלו הן פונקציות.  
ציר הסימטריה של פרבולות אלה הוא מאונך לציר ה-x  
ומשוואתו היא  $x = -\frac{b}{2a}$ , זהו שיעור ה-x של הקודקוד.



אם לא נציין אחרת, ההתייחסות במילה פרבולה תהיה  
לפרבולה הקנונית מהצורה  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ).



# הקנייה

דוגמא א':

מצא את הפרמטר, המוקד והמדריך של הפרבולה  $y^2 = 12x$ .

פתרון:

המשוואה היא  $y^2 = 2px$ , לכן  $2p = 12$  ומכאן שהפרמטר הוא  $p = 6$ . המוקד הוא בנקודה  $(\frac{p}{2}, 0)$ , כלומר בנקודה  $(3, 0)$ . המדריך הוא הישר הישר  $x = -3$ .  
ז"א  $x = -\frac{p}{2}$ .

# הקנייה

דוגמא ב':

מצא את משוואתה של פרבולה קנונית העוברת דרך הנקודה  $(2, \sqrt{20})$ .

פתרון:

במקרה זה צריך למצוא רק את  $p$ . נציב את שיעורי הנקודה  $(2, \sqrt{20})$  ונקבל  
 $(\sqrt{20})^2 = 2p \cdot 2$ , כלומר  $20 = 4p$  ולכן  $p = 5$ . מכאן שמשוואת הפרבולה  
היא  $y^2 = 10x$ .

# בהצלחה