

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

פתרון תרגיל שני מעגלים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-1

582, עמ' 107, ת. 9

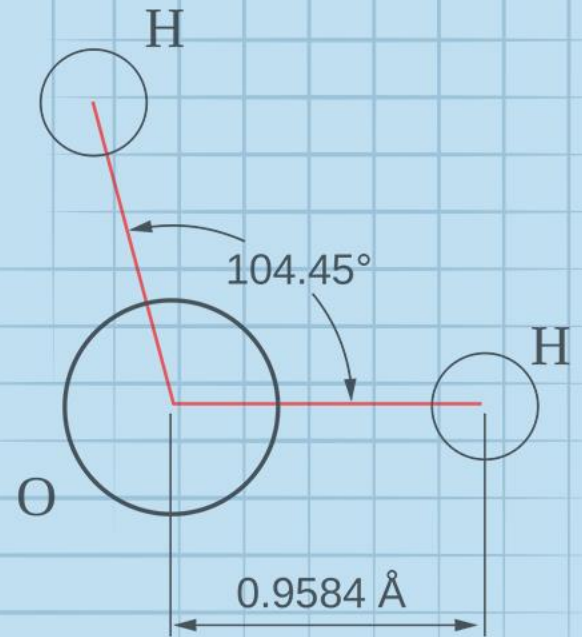
המצגת נערכה ע"י שירי דוברין
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



השאלה

- (9) אחת מנקודות החיתוך של המעגלים $x^2+y^2 = 10$ ו- $x^2+y^2-14x-2y = k$ היא הנקודה A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק למעגל הקנוני בנקודה A והמשיק למעגל השני בנקודה A מאונכים זה לזה.
- מצא את שיעורי הנקודה A.
 - מצא את k.
 - מצא את משוואת המשיק לכל אחד מהמעגלים בנקודה A.

אחת מנקודות החיתוך של המעגלים $x^2+y^2=10$ ו- $x^2+y^2-14x-2y=k$ היא הנקודה A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק למעגל הקנוני בנקודה A והמשיק למעגל השני בנקודה A מאונכים זה לזה.

פתרון

נבצע השלמה לריבוע מלא עבור המעגל השני:

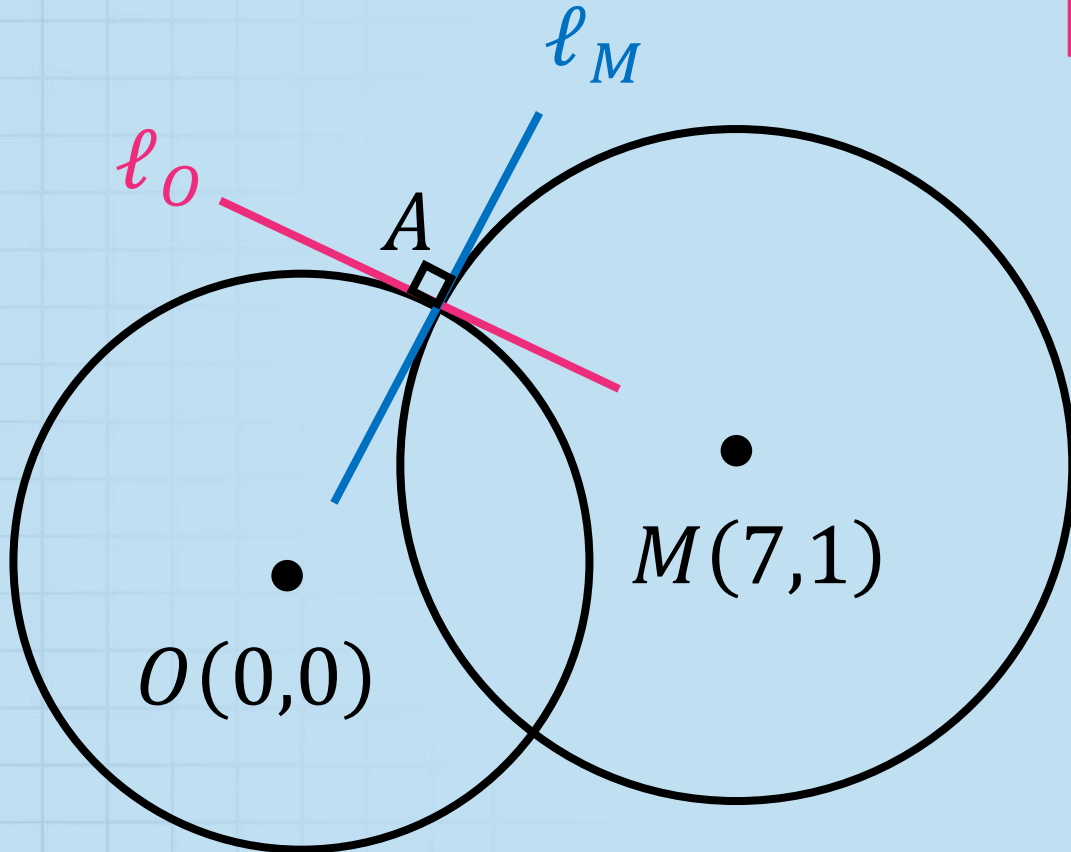
$$x^2 - 14x + y^2 - 2y = k$$

$$(x - 7)^2 - 49 + (y - 1)^2 - 1 = k$$

$$(x - 7)^2 + (y - 1)^2 = k + 50$$

אחת מנקודות החיתוך של המעגלים $x^2+y^2=10$ ו- $x^2+y^2-14x-2y=k$ היא הנקודה A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק למעגל הקנוני בנקודה A והמשיק למעגל השני בנקודה A מאונכים זה לזה. מצא את שיעורי הנקודה A .

פתרון



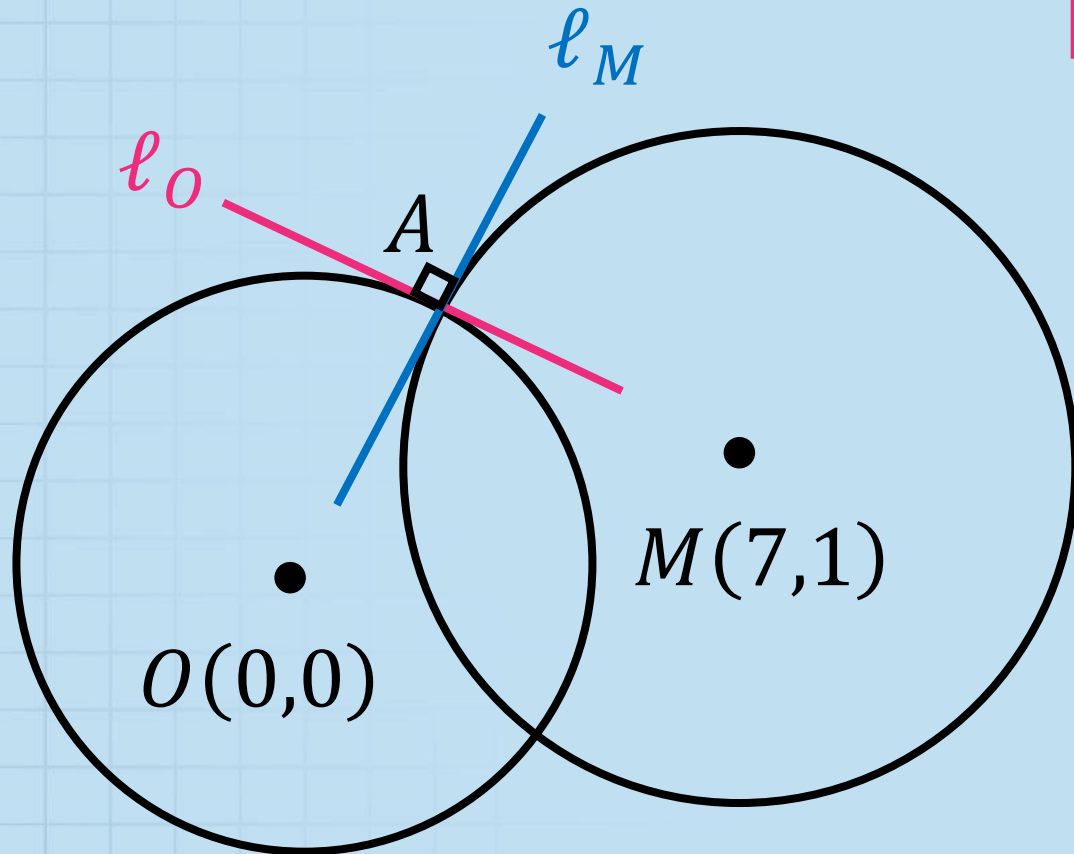
נשרטט סכמטית את המעגלים:

רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה.
 כל אחד מהמשיקים עובר בנקודת ההשקה A וגם במרכזו של המעגל "השני"

מכפלת השיפועים של ישרים מאונכים שווה ל- (-1)

אחת מנקודות החיתוך של המעגלים $x^2+y^2=10$ ו- $x^2+y^2-14x-2y=k$ היא הנקודה A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק למעגל הקנוני בנקודה A והמשיק למעגל השני בנקודה A מאונכים זה לזה.

פתרון

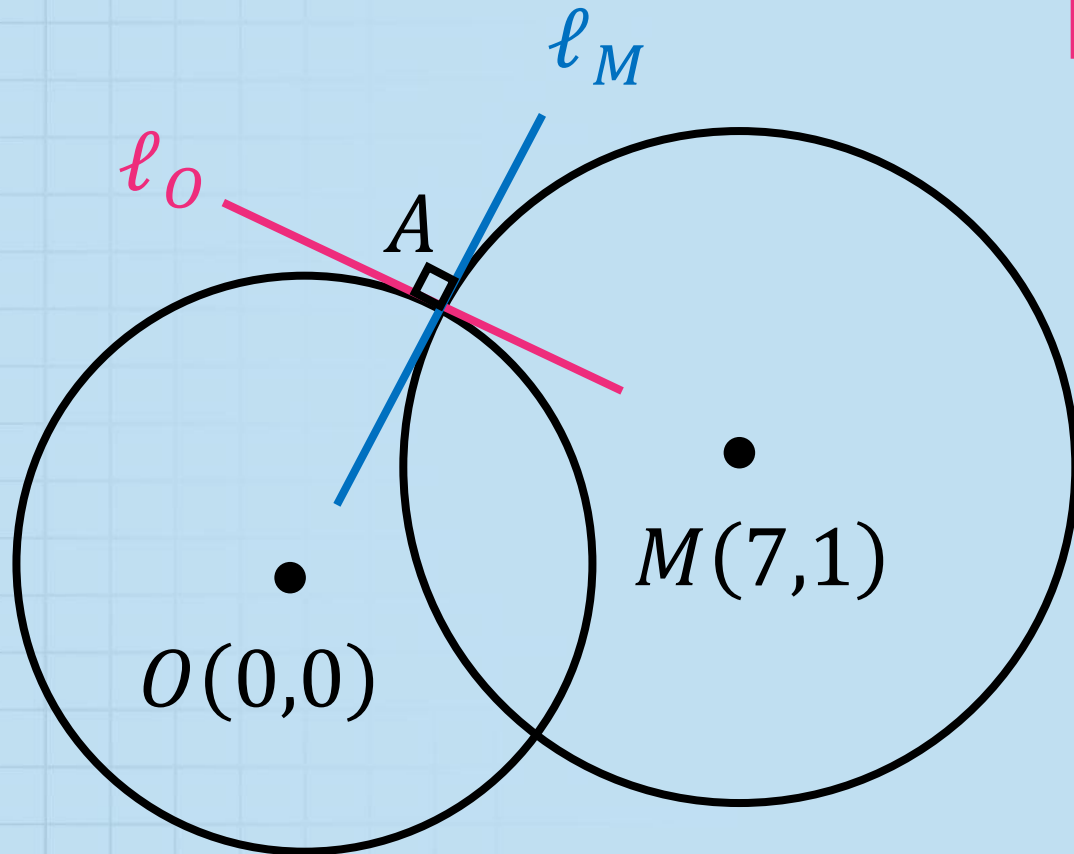


שיפוע הישר המשיק למעגל הקנוני, l_O . הישר עובר בנקודה $A(x_A, y_A)$ ו- $M(7,1)$

$$m_{l_O} = \frac{y_A - 1}{x_A - 7}$$

אחת מנקודות החיתוך של המעגלים $x^2+y^2=10$ ו- $x^2+y^2-14x-2y=k$ היא הנקודה A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק למעגל הקנוני בנקודה A והמשיק למעגל השני בנקודה A מאונכים זה לזה.

פתרון

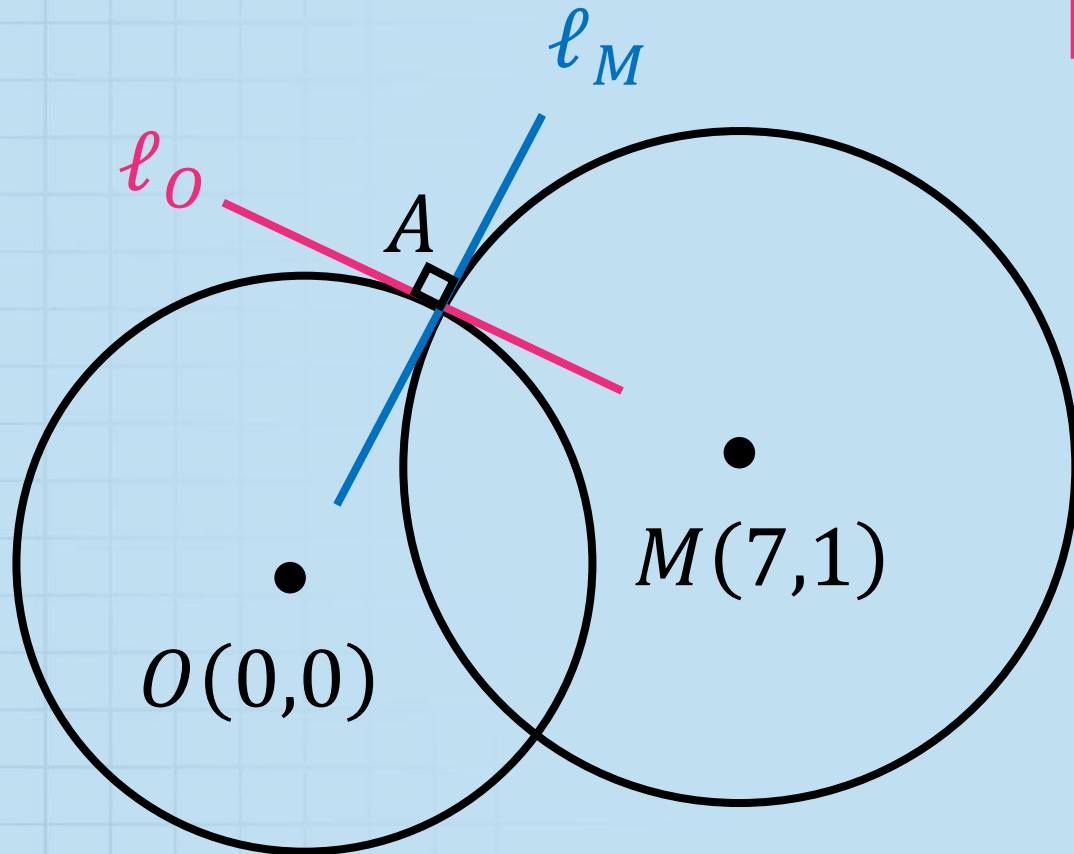


שיפוע הישר המשיק למעגל השני, l_M .
 הישר עובר בנקודה $A(x_A, y_A)$ ובראשית הצירים

$$m_{l_M} = \frac{y_A}{x_A}$$

אחת מנקודות החיתוך של המעגלים $x^2+y^2=10$ ו- $x^2+y^2-14x-2y=k$ היא הנקודה A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק למעגל הקטן בנקודה A והמשיק למעגל השני בנקודה A מאונכים זה לזה. מצא את שיעורי הנקודה A.

פתרון



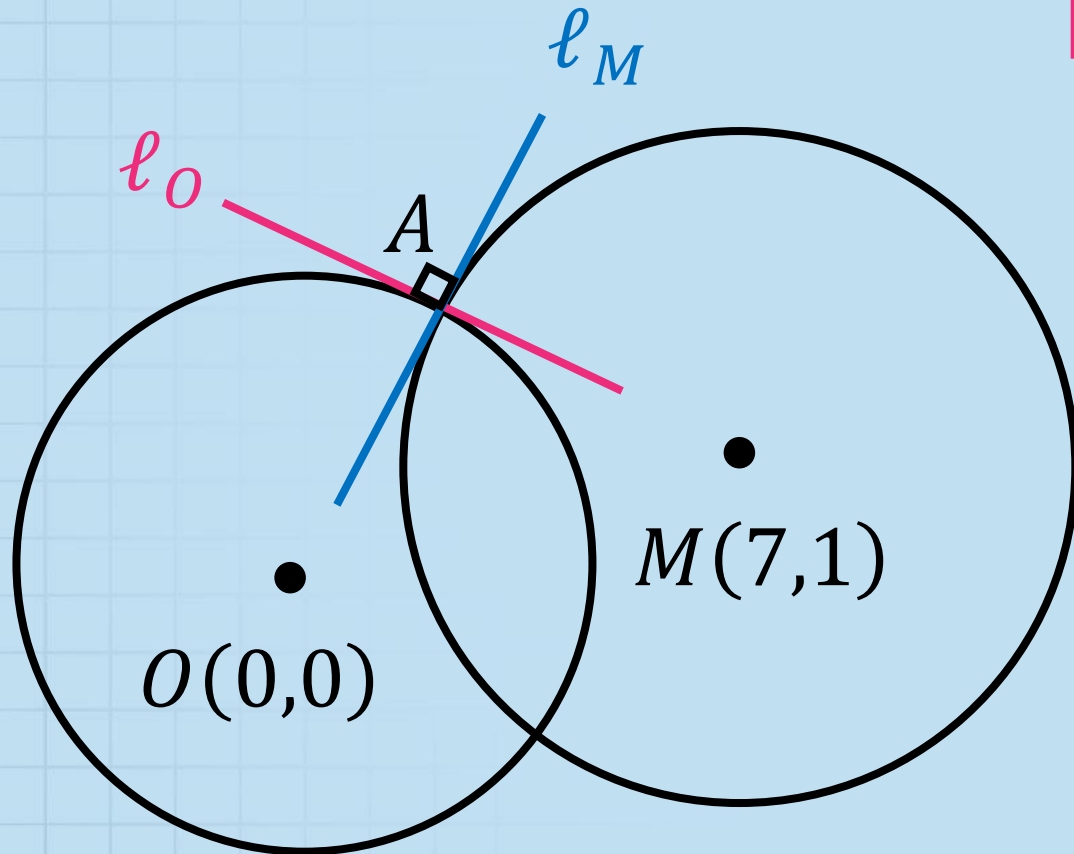
$$m_{\ell_M} \cdot m_{\ell_O} = -1$$



$$\frac{y_A - 1}{x_A - 7} = -\frac{x_A}{y_A}$$

אחת מנקודות החיתוך של המעגלים $x^2+y^2=10$ ו- $x^2+y^2-14x-2y=k$ היא הנקודה A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק למעגל הקנוני בנקודה A והמשיק למעגל השני בנקודה A מאונכים זה לזה. מצא את שיעורי הנקודה A.

פתרון



הנקודה $A(x_A, y_A)$ על המעגל הקנוני ולכן מקיימת את משוואתו:

$$(x_A)^2 + (y_A)^2 = 10$$

אחת מנקודות החיתוך של המעגלים $x^2+y^2=10$ ו- $x^2+y^2-14x-2y=k$ היא הנקודה A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק למעגל הקנוני בנקודה A והמשיק למעגל השני בנקודה A מאונכים זה לזה.

פתרון

מערכת של שתי משוואות בשני נעלמים:

$$\frac{y_A - 1}{x_A - 7} = -\frac{x_A}{y_A}$$

$$(x_A)^2 + (y_A)^2 = 10$$

נפשט אלגברית את משוואה (1)

אחת מנקודות החיתוך של המעגלים $x^2+y^2=10$ ו- $x^2+y^2-14x-2y=k$ היא הנקודה A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק למעגל הקנוני בנקודה A והמשיק למעגל השני בנקודה A מאונכים זה לזה.

א. מצא את שיעורי הנקודה A.

פתרון

$$\frac{y_A - 1}{x_A - 7} = -\frac{x_A}{y_A}$$

$$(y_A)^2 - y_A = -(x_A)^2 + 7x_A$$

$$(y_A)^2 + (x_A)^2 = y_A + 7x_A$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{10}$$

אחת מנקודות החיתוך של המעגלים $x^2+y^2=10$ ו- $x^2+y^2-14x-2y=k$ היא הנקודה A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק למעגל הקנוני בנקודה A והמשיק למעגל השני בנקודה A מאונכים זה לזה.

פתרון

$$10 = y_A + 7x_A$$

$$y_A = 10 - 7x_A \quad \Rightarrow \quad (x_A)^2 + (10 - 7x_A)^2 = 10$$

$$(x_A)^2 + 100 - 140x_A + 49(x_A)^2 = 10$$

$$50(x_A)^2 - 140x_A + 90 = 0$$

אחת מנקודות החיתוך של המעגלים $x^2+y^2=10$ ו- $x^2+y^2-14x-2y=k$ היא הנקודה A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק למעגל הקנוני בנקודה A והמשיק למעגל השני בנקודה A מאונכים זה לזה.

פתרון

$$5(x_A)^2 - 14x_A + 9 = 0$$

$$x_A = 1$$

$$x_A = \frac{9}{5}$$



$$y_A = 10 - 7x_A$$

$$y_A = 3$$

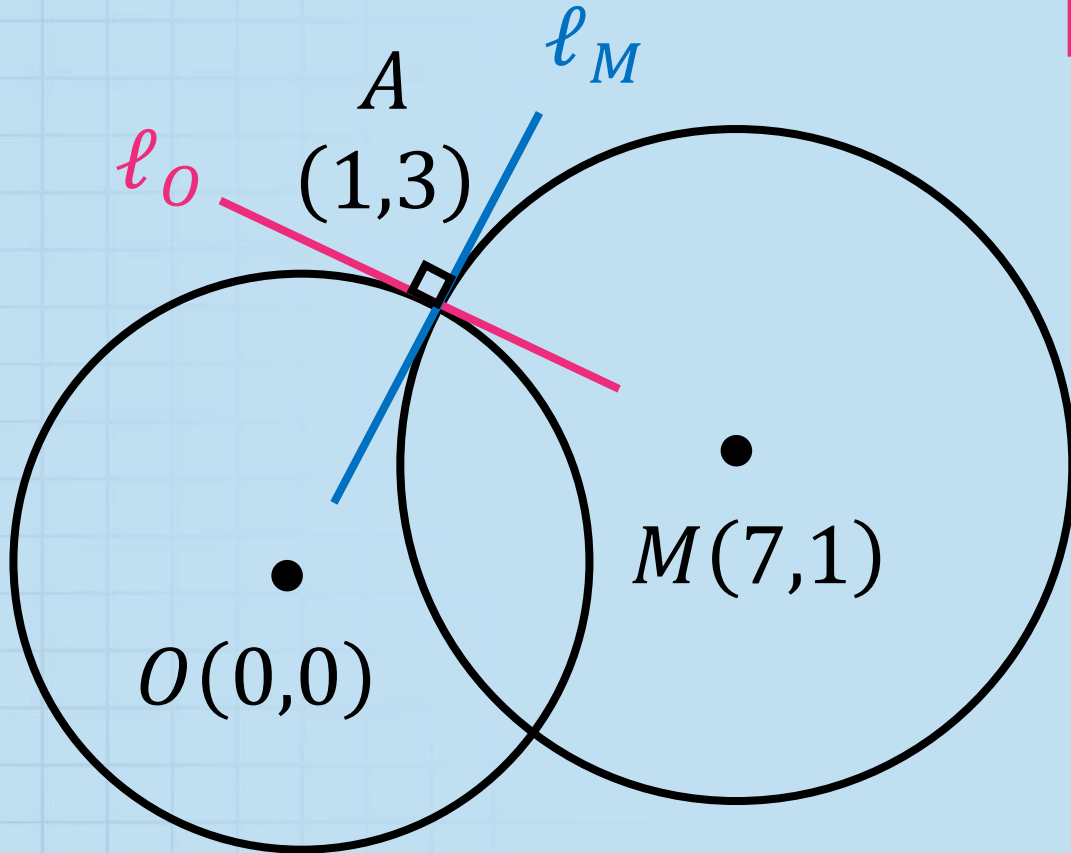
~~$$y_A = \frac{13}{5}$$~~

$$y_A > 0$$

שיעורי הנקודה $A(1,3)$

אחת מנקודות החיתוך של המעגלים $x^2+y^2=10$ ו- $x^2+y^2-14x-2y=k-1$ היא הנקודה A והיא נמצאת ברביע הראשון. המשיק למעגל הקטן בנקודה A והמשיק למעגל השני בנקודה A מאונכים זה לזה. מצא את k.

פתרון



$$(x - 7)^2 + (y - 1)^2 = k + 50$$

$$R^2 = AM^2 = 6^2 + 2^2 = 40$$

⇓

$$k + 50 = 40$$

$$k = -10$$

ג. מצא את משוואת המשיק לכל אחד מהמעגלים בנקודה A.

פתרון

משוואת משיק למעגל בנקודה (x_1, y_1) שעליו:

$$(x - a)(x_1 - a) + (y - b)(y_1 - b) = R^2$$

ג. מצא את משוואת המשיק לכל אחד מהמעגלים בנקודה A.

פתרון

משוואת משיק למעגל $(x - 7)^2 + (y - 1)^2 = 40$ בנקודה $(1, 3)$ שעליו:

$$(x - 7)(1 - 7) + (y - 1)(3 - 1) = 40$$

$$-6x + 42 + 2y - 2 = 40$$

$$-3x + y = 0$$

ג. מצא את משוואת המשיק לכל אחד מהמעגלים בנקודה A.

פתרון

משוואת משיק למעגל $x^2 + y^2 = 10$ בנקודה $(1,3)$ שעליו:

$$(x - 0)(1 - 0) + (y - 0)(3 - 0) = 10$$

$$x + 3y - 10 = 0$$

בהצלחה