הקנייה

שני מעגלים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 104–103

המצגת נערכה ע״י שירי דוברין

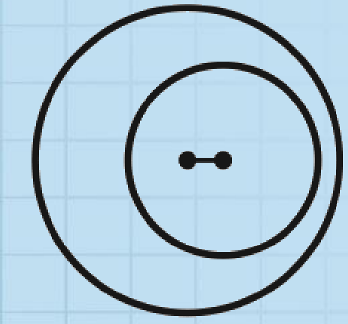
הקנייה

המצב ההדדי של שני מעגלים

בסעיף זה נדון בבעיות שבהן מופיעים שני מעגלים. נעשה זאת בעזרת מה שלמדנו עד כה על המעגל.

קיימים חמישה מקרים המאפיינים את **המצב ההדדי של שני מעגלים** והם:

$d < |R_1 - R_2|$

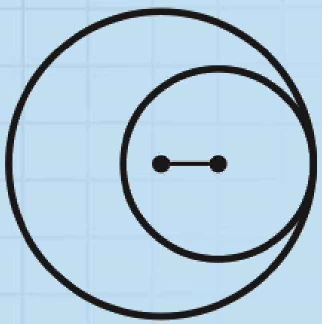


א) שני המעגלים **זרים מבפנים** –
זה קורה כאשר קטע המרכזים (הקטע המחבר את מרכזי המעגלים) קטן מהערך המוחלט של הפרש הרדיוסים.

הקנייה

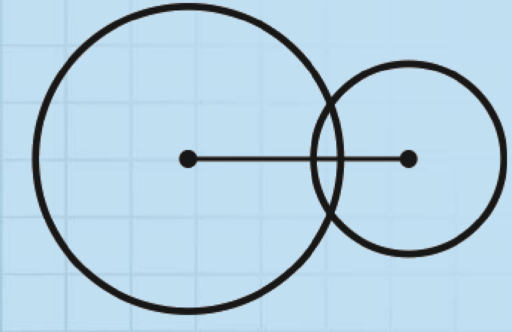
ב) שני המעגלים **משיקים מבפנים** –
זה קורה כאשר קטע המרכזים שווה לערך המוחלט של הפרש הרדיוסים.

$d = |R_1 - R_2|$



ג) שני המעגלים **נחתכים** –
זה קורה כאשר קטע המרכזים גדול מהערך המוחלט של הפרש הרדיוסים וקטן מסכום הרדיוסים.

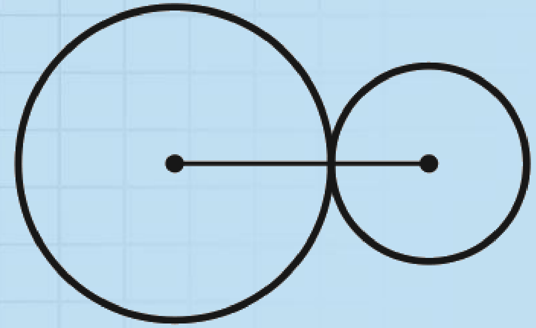
$|R_1 - R_2| < d < R_1 + R_2$



הקנייה

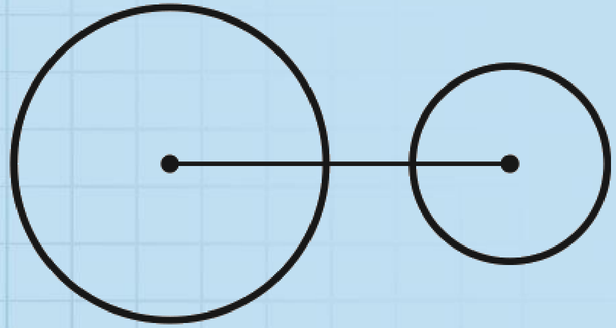
ד) שני המעגלים **משיקים מבחוץ** –
זה קורה כאשר קטע המרכזים שווה לסכום הרדיוסים.

$d = R_1 + R_2$



ה) שני המעגלים **זרים מבחוץ** –
זה קורה כאשר קטע המרכזים גדול מסכום הרדיוסים.

$d > R_1 + R_2$



הקנייה

מעגלים משיקים

כפי שראינו, שני מעגלים יכולים להיות **זרים**, **משיקים** או **נחתכים**. נדון במקרה של השקה. נזכיר את ההגדרה:

שני מעגלים משיקים זה לזה (מבפנים או מבחוץ) אם יש להם נקודה משותפת אחת ויחידה. הנקודה נקראת נקודת ההשקה, או נקודת המגע, ודרכה עובר משיק המשותף לשני המעגלים.

כדאי לשים לב **לתכונה הבאה**: קטע המרכזים או המשכו עובר דרך **נקודת ההשקה** והמשיק המשותף **מאונך** לו.

הקנייה

דוגמא א׳:

נתונים המעגלים: (1) $x^2+y^2=80$, (2) $(x-6)^2+(y-3)^2=5$.

א. הראה שהמעגלים משיקים זה לזה ומצא את נקודת המגע.

ב. מצא את המשיק המשותף.

פתרון:

א. **דרך א׳** – פותרים את מערכת המשוואות של שני המעגלים. מתקבל **פתרון יחיד** והוא $(8,4)$ לכן המעגלים **משיקים** זה לזה וזאת נקודת המגע.

הקנייה

דוגמא א':

נתונים המעגלים: (1) $x^2+y^2 = 80$, (2) $(x-6)^2+(y-3)^2 = 5$.

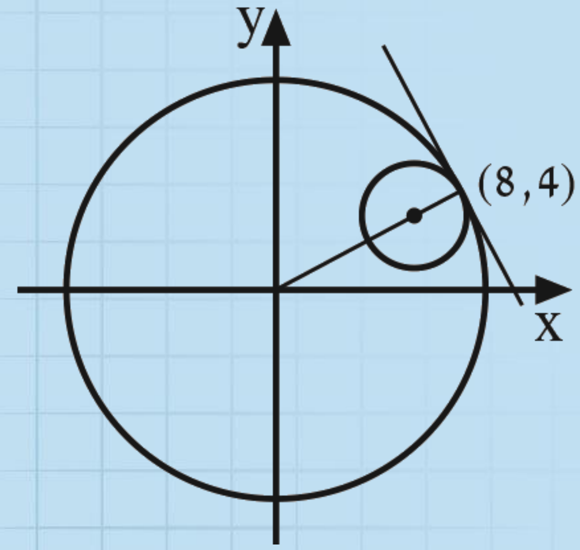
א. הראה שהמעגלים משיקים זה לזה ומצא את נקודת המגע.

ב. מצא את המשיק המשותף.

דרך ב' – עפ"י מרכזו של מעגל (2) אפשר לראות שהוא נמצא בתוך מעגל (1) ולכן אם המעגלים משיקים הרי שהם משיקים מבפנים. המרחק בין מרכזי המעגלים (0,0) ו-(6,3) הוא $\sqrt{45} = \sqrt{6^2+3^2}$. קל לראות שמרחק זה שווה להפרש שבין הרדיוסים: $\sqrt{45} = \sqrt{5} - \sqrt{80}$, מכאן שהמעגלים משיקים מבפנים.

הקנייה

את נקודת המגע אפשר למצוא עפ"י **חלוקת קטע** ביחס נתון. היחס בין הרדיוסים $\sqrt{80}:\sqrt{5}$ הוא כמו 4:1, לכן אם (x_1,y_1) היא נקודת ההשקה אז מרכז מעגל (2) (הנקודה (6,3)) מחלק את הקטע שבין (x_1,y_1) למרכז מעגל (1) (הראשית) לשני קטעים שהיחס ביניהם הוא 3:1. מכאן נקבל $6=\frac{3\cdot x_1+1\cdot 0}{4}$ ולכן $x_1=8$, באופן דומה $3=\frac{3\cdot y_1+1\cdot 0}{4}$ ולכן $y_1=4$.



הקנייה

דוגמא א':

נתונים המעגלים: (1) $x^2+y^2 = 80$, (2) $(x-6)^2+(y-3)^2 = 5$.

א. הראה שהמעגלים משיקים זה לזה ומצא את נקודת המגע.

ב. מצא את המשיק המשותף.

ב. כדי למצוא את משוואת המשיק המשותף מספיק למצוא את המשיק למעגל (1) בנקודה $(8,4)$ שעליו. מקבלים $8x+4y = 80$ או $2x+y-20 = 0$, ישר זה, כמובן, משיק גם למעגל (2).

בהצלחה