תרגיל לדוגמה

משיק למעגל

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 96–97, דוגמה א'

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

תרגיל לדוגמה

מציאת משוואת המשיק עפ"י שיפועו והמעגל

בסעיף זה נדון בפתרון תרגילים שונים הקשורים למשיק למעגל ולא רק במציאת משיק למעגל בנקודה שעל המעגל. נעשה זאת בעיקר ע"י חישוב **המרחק בין נקודה לישר**.

בהסתמך על כך ש**המשיק למעגל מאונך לרדיוס בקצהו** אז למעשה קיים המצב הבא:

מרחק מרכז המעגל (הנקודה) מהמשיק (הישר) שווה לרדיוס המעגל.

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

א. מצא את משוואות המשיקים למעגל $(x-1)^2+(y+2)^2=10$ המקבילים לישר $x+3y-3=0$.

ב. מצא את נקודות ההשקה של המשיקים הנ"ל.

פתרון:

א. ישר המקביל לישר $x+3y-3=0$ הוא מהצורה $x+3y+C=0$ וצריך למצוא את C. מרכז המעגל הוא בנקודה $(1,-2)$ ורדיוס המעגל הוא $\sqrt{10}$. המרחק של משיק ממרכז המעגל שווה לרדיוס המעגל ולכן נקבל: $\frac{|1\cdot1+3\cdot(-2)+C|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\sqrt{10}$.

תרגיל לדוגמה

האפשרויות הן:

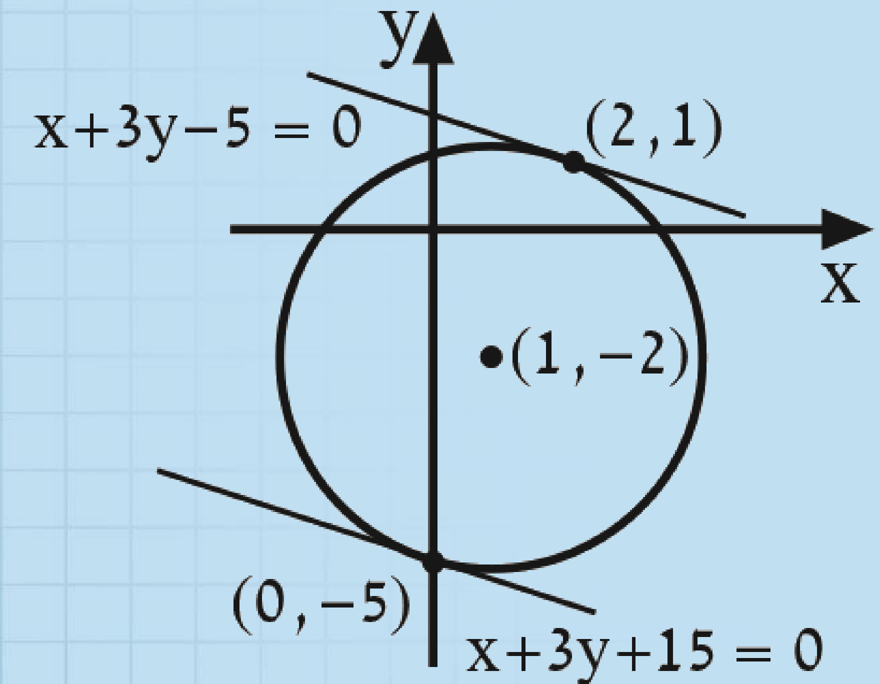
אפשרות א': $-\sqrt{10} = \frac{1-6+C}{\sqrt{10}}$, כלומר $-5+C = -10$ ולכן $C = -5$.

אפשרות ב': $\sqrt{10} = \frac{1-6+C}{\sqrt{10}}$, כלומר $-5+C = 10$ ולכן $C = 15$.

מכאן שמשוואות המשיקים הן (1) $x+3y-5 = 0$ ו-(2) $x+3y+15 = 0$.

תרגיל לדוגמה

ב. מצא את נקודות ההשקה של המשיקים הנ"ל.



ב. **דרך א'** – נפתור את מערכת שתי המשוואות $(x-1)^2+(y+2)^2 = 10$ ו- $x+3y-5 = 0$ (לגבי המשיק הראשון). **הפתרון היחיד** המתקבל הוא $(2,1)$ וזאת נקודת ההשקה. באופן דומה, לגבי המשיק השני מקבלים שנקודת ההשקה היא $(0,-5)$.

תרגיל לדוגמה

ב. מצא את נקודות ההשקה של המשיקים הנ"ל.

דרך ב' – המשיק **מאונך לרדיוס בקצהו**, לכן ניתן למצוא את משוואת הישר העובר דרך המרכז והמאונך לכל אחד מהמשיקים. לגבי משיק (1) נקבל: שיפועו של הישר הוא 3 ומשוואתו $y+2=3(x-1)$ כלומר $-3x+y+5=0$. פתרון מערכת המשוואות $-3x+y+5=0$ ו-$x+3y-5=0$ נותן את נקודת ההשקה לגבי המשיק הראשון. באופן דומה מוצאים את נקודת ההשקה השנייה.

תרגיל לדוגמה

ב. מצא את נקודות ההשקה של המשיקים הנ"ל.

דרך ג' – משוואת המשיק בנקודה (x_1, y_1) שעל המעגל $(x-1)^2+(y+2)^2 = 10$ היא $(x-1)(x_1-1)+(y+2)(y_1+2) = 10$ והיא **מתלכדת** עם משוואת המשיק הראשון או השני. כאשר שני ישרים **מתלכדים** אז קיימת **פרופורציה בין כל המקדמים** שלהם.

נרשום את משוואת המשיק בצורה הכללית: $x(x_1-1)+y(y_1+2)-1(x_1-1)+2(y_1+2)-10 = 0$.

אם נתייחס למשיק הראשון $x+3y-5 = 0$ נקבל $\frac{x_1-1}{1} = \frac{y_1+2}{3} = \frac{-(x_1-1)+2(y_1+2)-10}{-5}$.

מפתרון המשוואות מקבלים $x_1 = 2$ ו-$y_1 = 1$ וזאת נקודת ההשקה. בצורה דומה ניתן למצוא את נקודת ההשקה השנייה.

תרגיל לדוגמה

הערה:
בפתרון הדוגמא האחרונה אפשר למצוא תחילה את נקודות ההשקה ואחר כך את משוואות המשיקים. כדי לעשות זאת מוצאים תחילה את משוואת הישר שעובר דרך מרכז המעגל ומאונך למשיק המבוקש. כפי שראינו לגבי משיק (1) (בפתרון של דרך ב׳ של סעיף ב׳) המשוואה היא $-3x+y+5=0$. נקודת ההשקה נמצאת על המעגל ולכן מפתרון מערכת המשוואות $-3x+y+5=0$ ו-$(x-1)^2+(y+2)^2=10$ נקבל את נקודת ההשקה שהיא $(2,1)$. כדי למצוא את המשיק המבוקש מוצאים את C במשוואה $x+3y+C=0$ ע״י הצבת שיעורי הנקודה $(2,1)$. אפשר גם למצוא את משוואת המשיק למעגל בנקודה $(2,1)$ שעליו. בצורה דומה פועלים לגבי משיק (2).

בהצלחה