הקנייה

המרחק בין שני ישרים מקבילים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 51–52

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

הקנייה

קביעת הסימן למרחק שבין שני ישרים מקבילים

כאשר נתונים שני הישרים המקבילים וצריך לחשב את המרחק ביניהם ניתן להיעזר תמיד **בערך המוחלט** ולכן גם אם תוצאת החישוב היא שלילית המרחק עצמו הוא חיובי.

לעומת זאת, אם נתונים המרחק ואחד מהישרים (וצריך למצוא את הישר השני) ייתכן **שהסימן** לפני המרחק צריך להיות **שלילי**. למעשה קיימות **שתי אפשרויות**.

הקנייה

כדי לדעת אם הסימן לפני המרחק הוא חיובי או שלילי ניתן להיעזר **בכלל הבא:**

אם הישר $\ell_2: Ax+By+C_2=0$ נמצא מעל לישר $\ell_1: Ax+By+C_1=0$
והמקדם של y הוא חיובי (כלומר $B>0$) אז המרחק $\frac{C_1-C_2}{\sqrt{A^2+B^2}}$ הוא חיובי
ואם ℓ_2 נמצא מתחת ל-ℓ_1 אז המרחק הנ"ל שלילי.

(שים לב **לסדר** הכתיבה במונה: C_1-C_2, וכן לכך שהסימן לפני **השורש** במכנה הוא **חיובי**).

הקנייה

ההסבר – אם הישרים אינם מקבילים לציר ה-y אז ניתן לכתוב את משוואותיהם בצורה (1) $y = mx+b_1$ ו-(2) $y = mx+b_2$. אם נניח ש-$b_1 < b_2$ אז ברור שישר (2) עובר **מעל** ישר (1).

משוואות הישרים בצורה הכללית הן: (1) $-mx+y-b_1 = 0$, (2) $-mx+y-b_2 = 0$

והמקדם של y **חיובי.** כאן $C_1 = -b_1$, $C_2 = -b_2$ והמרחק $\frac{C_1-C_2}{\sqrt{A^2+B^2}}$

עפ״י הכלל הנ״ל צריך להיות **חיובי.** ואכן $d = \frac{C_1-C_2}{\sqrt{A^2+B^2}} = \frac{-b_1-(-b_2)}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{b_2-b_1}{\sqrt{m^2+1}}$,

הקנייה

אבל $b_1 < b_2$ ולכן $b_2 - b_1 > 0$ כלומר המרחק הוא חיובי.

אם ישר (2) נמצא מתחת לישר (1) המרחק $\frac{C_1 - C_2}{\sqrt{A^2+B^2}}$ הוא שלילי.

הקנייה

כאשר הישרים מאונכים לציר ה-x ניתן לכתוב אותם בצורה $x = k_1$ (1) ו-(2) $x = k_2$. אם נניח ש-$k_1 < k_2$, כלומר ישר (2) נמצא מימין לישר (1) אז הביטוי $k_2 - k_1$ גדול מאפס והוא נותן מרחק עם סימן חיובי. הביטוי $k_1 - k_2$ ייתן מרחק עם סימן שלילי.

הקנייה

דוגמא ב׳:

מצא את משוואות שני הישרים המקבילים לישר $-x+y+2=0$
והנמצאים במרחק $\sqrt{4.5}$ ממנו.

פתרון:

משוואת ישר המקביל לישר הנ״ל היא מהצורה $-x+y+C=0$.

$$\frac{|C-2|}{\sqrt{(-1)^2+1^2}}=\sqrt{4.5}$$

הקנייה

דוגמא ב':

מצא את משוואות שני הישרים המקבילים לישר $-x+y+2=0$
והנמצאים במרחק $\sqrt{4.5}$ ממנו.

$$\frac{C-2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{4.5}, \qquad \frac{C-2}{\sqrt{2}} = \sqrt{4.5}$$

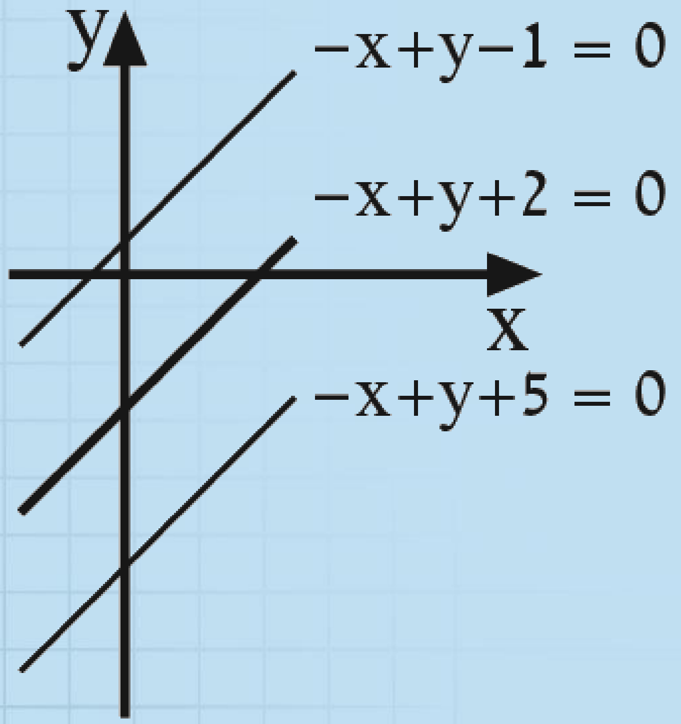
$$C-2 = -\sqrt{4.5}\cdot\sqrt{2} = -3, \qquad C-2 = \sqrt{4.5}\cdot\sqrt{2} = 3$$

$$C = -1. \qquad C = 5$$

הקנייה

דוגמא ב':

מצא את משוואות שני הישרים המקבילים לישר $-x+y+2=0$
והנמצאים במרחק $\sqrt{4.5}$ ממנו.



משוואות הישרים הן:

$-x+y+5=0$ ו-$-x+y-1=0$.

הקנייה

הערות:

א) נשים לב שאפשר לקבל משוואות אלה גם עפ"י הכלל שניסחנו לקביעת הסימן.
במשוואת הישר הנתון $-x+y+2=0$ המקדם של y הוא **חיובי**. (אם הוא שלילי ניתן לכפול את המשוואה ב-(-1)). לכן המרחק $\frac{C-2}{\sqrt{2}}$ הוא **חיובי** כאשר הישר **הנתון** נמצא **מעל** הישר **המבוקש**, והוא **שלילי** כאשר הישר **הנתון** נמצא **מתחת** לישר **המבוקש**.

ב) אפשר לקבל את הפתרונות הנ"ל גם ע"י **שמעלים בריבוע** את שני אגפי המשוואה
$\sqrt{4.5}=\frac{|C-2|}{\sqrt{2}}$.

בהצלחה