הקנייה

משוואת הישר

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 28–29

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

הקנייה

המשוואה המפורשת של הישר

המשוואה המפורשת של הישר – המשוואה $\boxed{y = mx+b}$ נקראת המשוואה המפורשת של הישר והיא מתאימה לכל ישר שאיננו מאונך לציר ה-x.

הפרמטר m נקרא שיפוע הישר והפרמטר b נקרא המקדם החופשי.

לדוגמא: אם המשוואה המפורשת של ישר היא $y = \frac{1}{2}x-5$ אז $m = \frac{1}{2}$ ו-$b = -5$.

המשוואה המפורשת של הישר היא **פונקציה**. החשיבות של המשוואה המפורשת היא, שניתן ממנה לזהות בקלות את כיוונו וגודלו של שיפוע הישר וזאת בהסתמך על תכונות השיפוע m שנביא עכשיו.

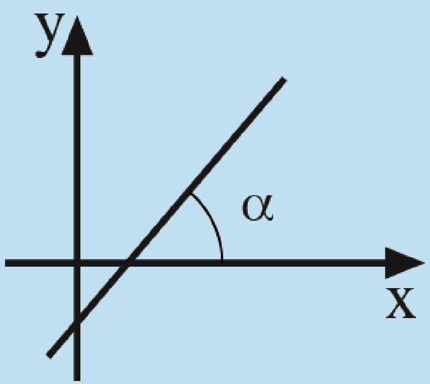
הקנייה

תכונות השיפוע m:

בהסתמך על כך שמתקיים $m = tg\alpha$ נוכל לסכם:

א) אם m **חיובי** $(m > 0)$ הישר יוצר זוית (α) **חדה** עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.

א) $m > 0$, α חדה



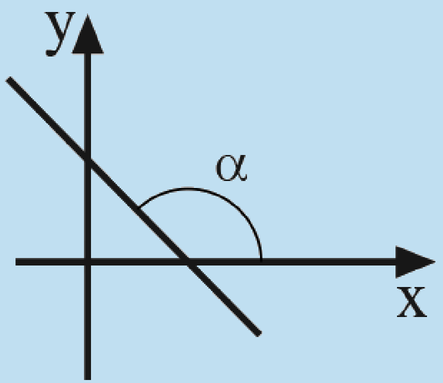
הקנייה

תכונות השיפוע m:

בהסתמך על כך שמתקיים $m = tg\alpha$ נוכל לסכם:

ב) אם m **שלילי** $(m < 0)$ הישר יוצר זווית (α) **קהה** עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.

ב) $m < 0$, α קהה



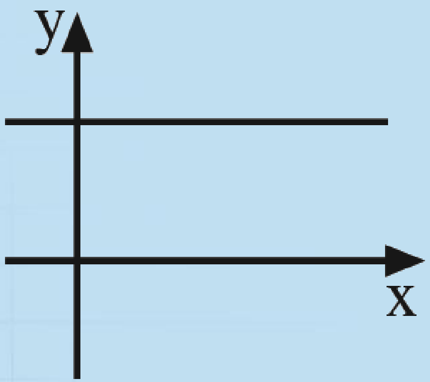
הקנייה

תכונות השיפוע m:

בהסתמך על כך שמתקיים $m = tg\alpha$ נוכל לסכם:

ג) אם $m = 0$ הישר **מקביל** לציר ה-x (אם $b \neq 0$) או מתלכד איתו (אם $b = 0$),
הזוית הנ"ל שווה ל-0. (ראה ציור שמאלי).

ג) $m = 0$, $\alpha = 0^o$



הקנייה

תכונות השיפוע m:

בהסתמך על כך שמתקיים $m = tg\alpha$ נוכל לסכם:

ד) ככל ש-m גדל כך גדלה גם הזוית (α) שהישר יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.
תכונה זו נכונה לחוד לזויות חדות (שיפוע חיובי) ולחוד לזויות קהות (שיפוע שלילי).

הערה: אם ישר ששיפועו m יוצר עם **הכיוון החיובי** של ציר ה-x זוית α אז שיפועו של הישר שיוצר זוית α עם **הכיוון השלילי** של ציר ה-x הוא $-m$. קל להוכיח זאת בהסתמך על הזהות $tg(180^\circ - \alpha) = -tg\alpha$.

הקנייה

תכונת המקדם החופשי b:

אם נציב $x = 0$ בפונקציה $y = mx+b$ נקבל $y = b$. כלומר הישר עובר דרך הנקודה $(0,b)$. נקודה זאת נמצאת על ציר y. (כל נקודה ששיעור ה-x שלה 0 נמצאת על ציר ה-y). מכאן שעפ"י b אפשר לדעת באיזו **נקודה הישר חותך את ציר ה-y**.

לדוגמא הישר $y = 2x-3$ חותך את ציר ה-y בנקודה $(0,-3)$.

הקנייה

הערות:

א) כדי לעבור מהמשוואה הכללית $Ax+By+C=0$ למשוואה המפורשת $y=mx+b$ צריך לבודד את y. אם $B \neq 0$ נקבל $y=-\frac{A}{B}x-\frac{C}{B}$, כלומר $b=-\frac{C}{B}$, $m=-\frac{A}{B}$.

אם רוצים לעבור מהמשוואה המפורשת למשוואה הכללית אז $-mx+y-b=0$ כלומר $A=-m$, $B=1$, $C=-b$.

לדוגמא: אם המשוואה הכללית היא $2y+x+6=0$ אז חילוץ y נותן $y=-\frac{1}{2}x-3$ ולכן $m=-\frac{1}{2}$ ו-$b=-3$.

הקנייה

ב) להבדיל מהמקרה של המשוואה הכללית, המשוואה המפורשת של הישר היא **יחידה**.
כלומר, אם $y = m_1x+b_1$ ו- $y = m_2x+b_2$ הן שתי משוואות של אותו ישר אז בהכרח $m_1 = m_2$ ו- $b_1 = b_2$.

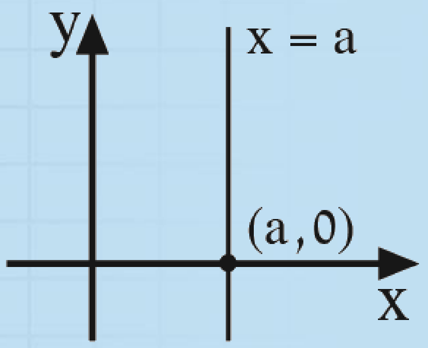
הקנייה

ישר המאונך לציר ה-x

כפי שכבר ראינו, המשוואה המפורשת של הישר מהצורה $y = mx+b$ מתאימה לכל הישרים **פרט לישר המאונך לציר ה-x**. כאמור, השיפוע של ישר כזה איננו מוגדר.

זה קורה כאשר $B = 0$ במשוואה $Ax+By+C = 0$.

אם $A \neq 0$ אז במקרה כזה $x = -\frac{C}{A}$ ואם נסמן $a = -\frac{C}{A}$ נקבל את המשוואה $x = a$ המייצגת ישר המאונך לציר ה-x שחותך את ציר ה-x בנקודה $(a,0)$. (ישר כזה איננו פונקציה).



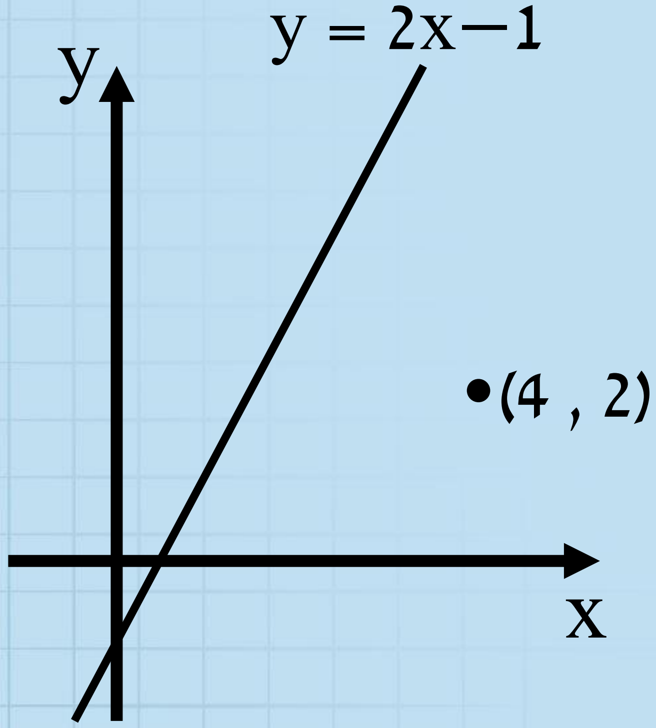
הקנייה

דוגמא א':

מצא על הישר $y = 2x-1$ את הנקודות שמרחקן מהנקודה $(4,2)$ הוא $\sqrt{10}$.

פתרון:

נשרטט את הישר $y = 2x-1$ ואת הנקודה $(4,2)$.



הקנייה

דוגמא א':

מצא על הישר $y = 2x-1$ את הנקודות שמרחקן מהנקודה $(4,2)$ הוא $\sqrt{10}$.

ששיעורי נקודה מבוקשת הם (x,y). היות והנקודה על הישר הנ"ל אז מתקיים $y = 2x-1$. כמו כן, עפ"י הנתון למרחק מתקיים $(x-4)^2+(y-2)^2 = 10$. אלה שתי משוואות עם שני נעלמים שיש לפתור אותן.

נציב את משוואה (1) במשוואה (2)

הקנייה

דוגמא א':

מצא על הישר $y = 2x-1$ את הנקודות שמרחקן מהנקודה $(4,2)$ הוא $\sqrt{10}$.

$$(x-4)^2+(2x-1-2)^2=10$$

$$(x-4)^2+(2x-3)^2=10$$

$$x^2-8x+16+4x^2-12x+9=10$$

$$5x^2-20x+15=0$$

הקנייה

דוגמא א':

מצא על הישר $y = 2x-1$ את הנקודות שמרחקן מהנקודה $(4,2)$ הוא $\sqrt{10}$.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

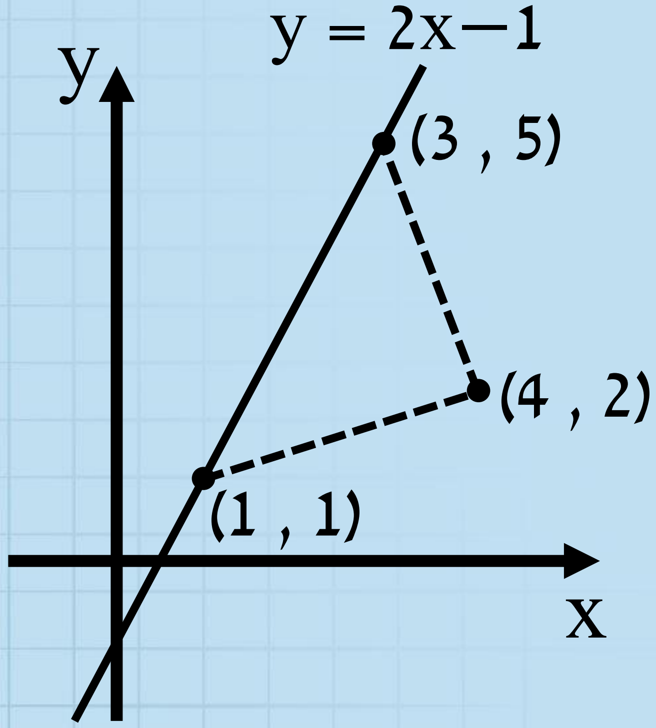
$x_1 = 1$ $\quad$ $x_2 = 3$

$y_1 = 1$ $\quad$ $y_2 = 5$

הקנייה

דוגמא א׳:

מצא על הישר $y = 2x-1$ את הנקודות שמרחקן מהנקודה $(4,2)$ הוא $\sqrt{10}$.



כלומר הנקודות הן: $(1,1)$ ו-$(3,5)$.

בהצלחה