

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = \left[3x^3 + x^2 + 4x + C \right]_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

הקנייה

סדרה הנדסית - האיבר הכללי

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

עמ' 124-125, 482

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial \mathbf{p}^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial \mathbf{q}^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



הקנייה

אלגברה – סדרה הנדסית

סדרה הנדסית – האיבר הכללי

הגדרת הסדרה ההנדסית

נגדיר עכשיו את הסדרה ההנדסית:

הגדרת הסדרה ההנדסית – סדרת מספרים שהאיבר הראשון שלה שונה מאפס וכל איבר שלה (החל מהשני) מתקבל מהאיבר הקודם לו ע"י כפל במספר קבוע השונה מאפס נקראת סדרה הנדסית (גיאומטרית).

המספר הקבוע נקרא מנת הסדרה. מקובל לסמן את מנת הסדרה באות q . זאת ההגדרה בעזרת נוסחת נסיגה של הסדרה ההנדסית. עפ"י ההגדרה, אם האיבר הראשון הוא a אז מתקיים:

($a \neq 0$, $q \neq 0$, n טבעי)

$$a_{n+1} = a_n \cdot q, a_1 = a$$

הקנייה

אלגברה – סדרה הנדסית

סדרה הנדסית – האיבר הכללי

דוגמאות לסדרות הנדסיות:

$$-2, -6, -18, -54, \dots \quad q = 3 \quad (2)$$

$$-64, -48, -36, -27, \dots \quad q = \frac{3}{4} \quad (4)$$

$$200, -100, 50, -25, \dots \quad q = -\frac{1}{2} \quad (6)$$

$$3, 6, 12, 24, \dots \quad q = 2 \quad (1)$$

$$81, 27, 9, 3, \dots \quad q = \frac{1}{3} \quad (3)$$

$$1, -4, 16, -64, \dots \quad q = -4 \quad (5)$$

הקנייה

אלגברה – סדרה הנדסית

סדרה הנדסית – האיבר הכללי

הערות:

(א) נבחין בסוגי הסדרות בהתאם למנה q והאיבר הראשון a_1 :

מקרה ראשון: $q > 1$. אם $a_1 > 0$ הסדרה עולה (דוגמא (1)) ואם $a_1 < 0$ הסדרה יורדת (דוגמא (2)).

$$-2, -6, -18, -54, \dots \quad q = 3 \quad (2)$$

$$3, 6, 12, 24, \dots \quad q = 2 \quad (1)$$

הקנייה

אלגברה – סדרה הנדסית

סדרה הנדסית – האיבר הכללי

הערות:

(א) נבחין בסוגי הסדרות בהתאם למנה q והאיבר הראשון a_1 :

מקרה שני: $0 < q < 1$. אם $a_1 > 0$ הסדרה יורדת (דוגמא (3)) ואם $a_1 < 0$ הסדרה עולה (דוגמא (4)).

$$-64, -48, -36, -27, \dots \quad q = \frac{3}{4} \quad (4)$$

$$81, 27, 9, 3, \dots \quad q = \frac{1}{3} \quad (3)$$

הקנייה

אלגברה – סדרה הנדסית

סדרה הנדסית – האיבר הכללי

הערות:

(א) נבחין בסוגי הסדרות בהתאם למנה q והאיבר הראשון a_1 :

מקרה שלישי: $q < 0$. במקרה זה הסדרה לא עולה ולא יורדת (דוגמאות (5) ו-(6)).

$$(5) \quad 1, -4, 16, -64, \dots \quad q = -4$$

$$(6) \quad 200, -100, 50, -25, \dots \quad q = -\frac{1}{2}$$

המקרה $q = 0$ לא ייתכן ואילו במקרים $q = 1$ (כל איברי הסדרה שווים) או $q = -1$ (הערכים המוחלטים של איברי הסדרה שווים) לא נעסוק בדרך כלל.

הקנייה

(ב) תכונת הסדרה ההנדסית – כל איבר בסדרה הנדסית חיובית (פרט לראשון) הוא הממוצע ההנדסי של שני האיברים הסמוכים לו.

(מספר b נקרא ממוצע הנדסי (גיאומטרי) של המספרים a ו- c אם מתקיים $b = \sqrt{ac}$).

אם a, b, c הם שלושה איברים סמוכים של סדרה הנדסית חיובית שהמנה שלה q

אז מתקיים $\frac{b}{a} = q$ וגם $\frac{c}{b} = q$ ז"א $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$ כלומר $b^2 = ac$ או $b = \sqrt{ac}$.

(אם בסדרה איברים שליליים אז התכונה הנ"ל נכונה לערכים המוחלטים שלהם

ובכל מקרה נכון הקשר $b^2 = ac$).

הקנייה

נוסחת האיבר הכללי של סדרה הנדסית

נמצא עכשיו נוסחה לאיבר הכללי של סדרה הנדסית. אם נתונה סדרה הנדסית

$$\frac{a_2}{a_1} = q, \frac{a_3}{a_2} = q, \frac{a_4}{a_3} = q, \dots, \frac{a_n}{a_{n-1}} = q \quad a_1, a_2, \dots, a_n \text{ אז מתקיים:}$$

נכפול לחוד זה בזה את כל האגפים הימניים ולחוד את כל האגפים השמאליים של

$$\cancel{\frac{a_2}{a_1}} \cdot \cancel{\frac{a_3}{a_2}} \cdot \cancel{\frac{a_4}{a_3}} \cdot \dots \cdot \frac{a_n}{a_{n-1}} = q \cdot q \cdot \dots \cdot q \quad n-1 \text{ השוויונות הנ"ל ונקבל:}$$

$$a_n = a_1 q^{n-1} \quad \text{ולכן} \quad \frac{a_n}{a_1} = q^{n-1} \quad \text{אחרי צמצום נקבל}$$

הקנייה

נוכל לסכם –

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

נוסחת האיבר הכללי של סדרה הנדסית היא:

בעזרת הנוסחה אפשר להגדיר את הסדרה ההנדסית בדרך נוספת:

סדרה הנדסית זאת סדרה שהאיבר הכללי שלה הוא $a_n = a_1 q^{n-1}$ כאשר a_1 ו- q הם מספרים קבועים השונים מאפס.

הגדרה זאת נקראת ההגדרה לפי מקום של הסדרה ההנדסית.

הקנייה

דוגמא א' (מציאת a_n):

מצא את האיבר השמיני בסדרה ההנדסית $2, 10, 50, \dots$

פתרון:

עפ"י הנתון $a_1 = 2$, $q = 5$, $n = 8$ לכן (ניתן להיעזר במחשבון):

$$a_8 = 2 \cdot 5^{8-1} = 2 \cdot 5^7 = 2 \cdot 78125 = 156250$$

בהצלחה