הקנייה

הסכום של סדרה חשבונית

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

482 , עמ' 102–103

המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

הקנייה

הסכום של סדרה חשבונית

נביא עכשיו את הנוסחה לחישוב סכום n האיברים הראשונים בסדרה חשבונית. באופן כללי מסמנים את **סכום n האיברים הראשונים של סדרה** (לאו דווקא חשבונית) ב- S_n.

כלומר:

$$\boxed{S_n = a_1+a_2+a_3+...+a_n}$$

נעבור למציאת הנוסחה הנ"ל.

לפי הגדרת הסדרה החשבונית אפשר לרשום: $S_n = a_1+(a_1+d)+(a_1+2d)+...+a_n$,

אם נחבר את האיברים **בסדר הפוך** נוכל לרשום: $S_n = a_n+(a_n-d)+(a_n-2d)+...+a_1$.

נחבר בהתאם לאגפים את שני הסכומים הנ"ל ונקבל:

$$2S_n = (a_1+a_n)+(a_1+a_n)+(a_1+a_n)+...+(a_1+a_n)$$

ז"א $2S_n = (a_1+a_n)n$ ולכן $S_n = (a_1+a_n)\frac{n}{2}$.

הקנייה

הסכום של סדרה חשבונית

נוכל לסכם –

סכום n האיברים הראשונים בסדרה חשבונית הוא:

$$S_n = (a_1 + a_n)\frac{n}{2} \quad (1)$$

אם נציב בנוסחה (1): $a_n = a_1 + (n-1)d$

נקבל נוסחה שנייה:

$$S_n = [2a_1 + (n-1)d]\frac{n}{2} \quad (2)$$

אם נציב בנוסחה (1): $a_1 = a_n - (n-1)d$

נקבל נוסחה שלישית:

$$S_n = [2a_n - (n-1)d]\frac{n}{2} \quad (3)$$

הקנייה

$$S_n = (a_1 + a_n)\frac{n}{2}$$

$$\boxed{S_n = [2a_1 + (n-1)d]\frac{n}{2}}$$

$$S_n = [2a_n - (n-1)d]\frac{n}{2}$$

דוגמא א' (מציאת S_n):

מצא את סכום 20 האיברים הראשונים של הסדרה החשבונית $3, 7, 11, \dots$.

פתרון:

עפ"י הנתון $a_1 = 3$, $d = 4$, $n = 20$ וצריך למצוא את S_{20}.

היות והאיבר הראשון נתון והאיבר האחרון לא נתון ניעזר בנוסחה

ונקבל $S_{20} = [2 \cdot 3 + (20-1) \cdot 4]\frac{20}{2} = (6+76) \cdot 10 = 820$

הקנייה

דוגמא ב' (מציאת n):

מצא את מספר האיברים של סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא 18, ההפרש -3 והסכום 60.

פתרון:

עפ"י הנתון $a_1 = 18$, $d = -3$, $S_n = 60$ וצריך למצוא את n.

ניעזר בנוסחה $\boxed{S_n = [2a_1+(n-1)d]\frac{n}{2}}$ ונקבל $[2\cdot 18+(n-1)\cdot(-3)]\frac{n}{2} = 60$.

מכאן $(36-3n+3)n = 120$ **והמשוואה הריבועית**

היא (לאחר צמצום ב-3): $n^2-13n+40 = 0$.

הפתרונות הם $n_1 = 5$ או $n_2 = 8$.

במקרה זה שני הפתרונות **מתאימים.**

הקנייה

דוגמא ב׳ (מציאת n):

מצא את מספר האיברים של סדרה חשבונית שבה האיבר הראשון הוא 18, ההפרש -3 והסכום 60.

פתרון:

ע״י רישום מפורט של שמונת האיברים הראשונים

של הסדרה נקבל: $18, 15, 12, 9, 6, 3, 0, -3$.

קל לראות שסכום **חמשת** האיברים הראשונים

וגם סכום כל **שמונת** האיברים הראשונים הוא 60.

(סכום שלושת האיברים האחרונים $3, 0, -3$ **שווה ל-0**).

בהצלחה