פתרון תרגיל

האינטגרל המסויים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 269, ת. 3, 9

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

השאלה

3) א. גזור את הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2+9}$.

ב. היעזר בתוצאה של סעיף א' וחשב את האינטגרל $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}\,dx$.

א. גזור את הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2+9}$.

פתרון

$$f(x) = \sqrt{x^2+9}$$

$$f'(x) = \frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+9}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$$

$$\boldsymbol{f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}}$$

ב. היעזר בתוצאה של סעיף א׳ וחשב את האינטגרל $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}dx$.

פתרון

$$f(x) = \sqrt{x^2+9}$$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$$

$$\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}dx = [\sqrt{x^2+9}]_0^4$$

$$= \left(\sqrt{4^2+9} - \sqrt{0^2+9}\right)$$

$$= (\sqrt{25} - \sqrt{9})$$

$$= 5 - 3 = 2$$

$$\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}dx = 2$$

השאלה

9) א. גזור את הפונקציה $f(x) = tgx - x$ והראה שמתקיים $f'(x) = tg^2x$.

ב. היעזר בסעיף א' וחשב את האינטגרל $\int_0^{\frac{\pi}{4}} tg^2x\,dx$.

א. גזור את הפונקציה $f(x) = tgx - x$ והראה שמתקיים $f'(x) = tg^2x$.

פתרון

$$f(x) = tgx - x$$

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\boldsymbol{f'(x) = tg^2x}$$

ב. היעזר בסעיף א' וחשב את האינטגרל $\int_0^{\frac{\pi}{4}} tg^2x\,dx$.

פתרון

$$f(x) = tgx - x$$

$$f'(x) = tg^2x$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} tg^2x\,dx = [tgx - x]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \left(tg\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\right) - (tg0 - 0)$$

$$= \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) - (0 - 0) = 1 - \frac{\pi}{4}$$

$$\boldsymbol{\int_0^{\frac{\pi}{4}} tg^2x\,dx = 1 - \frac{\pi}{4}}$$

בהצלחה