פתרון תרגיל

מציאת הפונקציה עפ"י נגזרתה וערך קיצון או שיפוע

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 256, ת. 8

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

השאלה

8) נגזרתה של פונקציה היא $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

א. מצא את שיעור ה-x של כל אחת מהנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת וקבע איזו מהן היא נקודת מקסימום.

ב. נתון שערך הפונקציה בנקודת המקסימום הוא 2. מצא את הפונקציה.

ג. מצא את נקודת המינימום של הפונקציה.

א. מצא את שיעור ה-x של כל אחת מהנקודות שבהן הנגזרת מתאפסת וקבע איזו מהן היא נקודת מקסימום.

פתרון

נגזרתה של פונקציה היא $f'(x) = 3x^2-6x$.

$$f'(x) = 0$$

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x-2) = 0$$

$$x = 0 \qquad x = 2$$

$$f''(x) = 6x - 6$$

$$f''(2) = 6 > 0$$

$$f''(0) = -6 < 0$$

כאשר $x = 2$ יש לפונקציה נקודת מינימום

כאשר $x = 0$ יש לפונקציה נקודת מקסימום

ב. נתון שערך הפונקציה בנקודת המקסימום הוא 2. מצא את הפונקציה.

פתרון

נגזרתה של פונקציה היא $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

כאשר $x = 0$ יש לפונקציה נקודת מקסימום ולכן הנקודה היא: $(0,2)$

נמצא פונקציה קדומה בעזרת נגזרת ונקודה על-ידי שימוש באינטגרל:

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int (3x^2 - 6x)\, dx = \frac{3x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + c = x^3 - 3x^2 + c$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + c$$

$$f(0) = 0^3 - 3 \cdot 0^2 + c = 2 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow \boldsymbol{f(x) = x^3 - 3x^2 + 2}$$

ג. מצא את נקודת המינימום של הפונקציה.

פתרון

מצאנו בסעיף א' שיש נקודת מינימום כאשר $x = 2$

נציב בפונקציה שמצאנו את $x = 2$ ונמצא את הערך של y

$$f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 2 = -2$$

נקודת המינימום היא $(2, -2)$

בהצלחה