פתרון תרגיל

מציאת הפונקציה עפ"י נגזרתה ונקודה שעליה

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 250, ת. 15

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

השאלה

15) הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2-2x-1$. נתון: $f(3) = 1$.

א. **מבלי למצוא** את הפונקציה מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה $x = 3$.

ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה $x = 0$.

א. **מבלי למצוא** את הפונקציה מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה $x = 3$.

פתרון

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2-2x-1$. נתון: $f(3) = 1$.

לפי הנתון, הפונקציה עוברת בנקודה $(3,1)$

נמצא את שיפוע המשיק (ערך הנגזרת בנקודה זו):

$$m = f'(3) = 3^2 - 2 \cdot 3 - 1 = 2$$

נמצא את משוואת המשיק בעזרת שיפוע ונקודה שעליו:

$$y - 1 = 2(x - 3) \quad /+1$$

$$\boldsymbol{y = 2x - 5}$$

ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה $x = 0$.

פתרון

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2-2x-1$. נתון: $f(3) = 1$.

מכיוון שאין לנו נקודה כמו שהיה בנתון, נצטרך למצוא את הנקודה שבה $x = 0$

כדי למצוא את הנקודה, עלינו למצוא את משוואת הפונקציה לפי
נגזרת ונקודה בעזרת האינטגרל הלא מסויים:

$$f(x) = \int f'(x)\,dx = \int (x^2 - 2x - 1)\,dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} - x + c$$

ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה $x = 0$.

פתרון

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2-2x-1$. נתון: $f(3) = 1$.

מכיוון שאין לנו נקודה כמו שהיה בנתון, נצטרך למצוא את הפונקציה

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} - x + c = \frac{x^3}{3} - x^2 - x + c$$

נציב את הנקודה $(3,1)$ בכדי למצוא את הקבוע c:

$$1 = \frac{3^3}{3} - 3^2 - 3 + c$$

ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה $x = 0$.

פתרון

הנגזרת של פונקציה היא $f'(x) = x^2-2x-1$. נתון: $f(3) = 1$.

$$1 = \frac{3^3}{3} - 3^2 - 3 + c$$

$$1 = -3 + c \quad /+3$$

$$c = 4$$

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - x + 4$$

ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה $x = 0$.

פתרון

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - x + 4$$

$$f'(x) = x^2 - 2x - 1$$

בנקודה שבה $x = 0$:

$$f(0) = \frac{0^3}{3} - 0^2 - 0 + 4 = 4$$

$$(0,4)$$

$$f'(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 - 1 = -1$$

$$m = -1$$

שיפוע המשיק -1 ונקודת החיתוך עם ציר ה-y היא $(0,4)$ לכן משוואת המשיק:

$$\boldsymbol{y = -x + 4}$$

בהצלחה