פתרון תרגיל

בעיות קיצון
בפונקציות וגרפים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 227, ת. 40

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

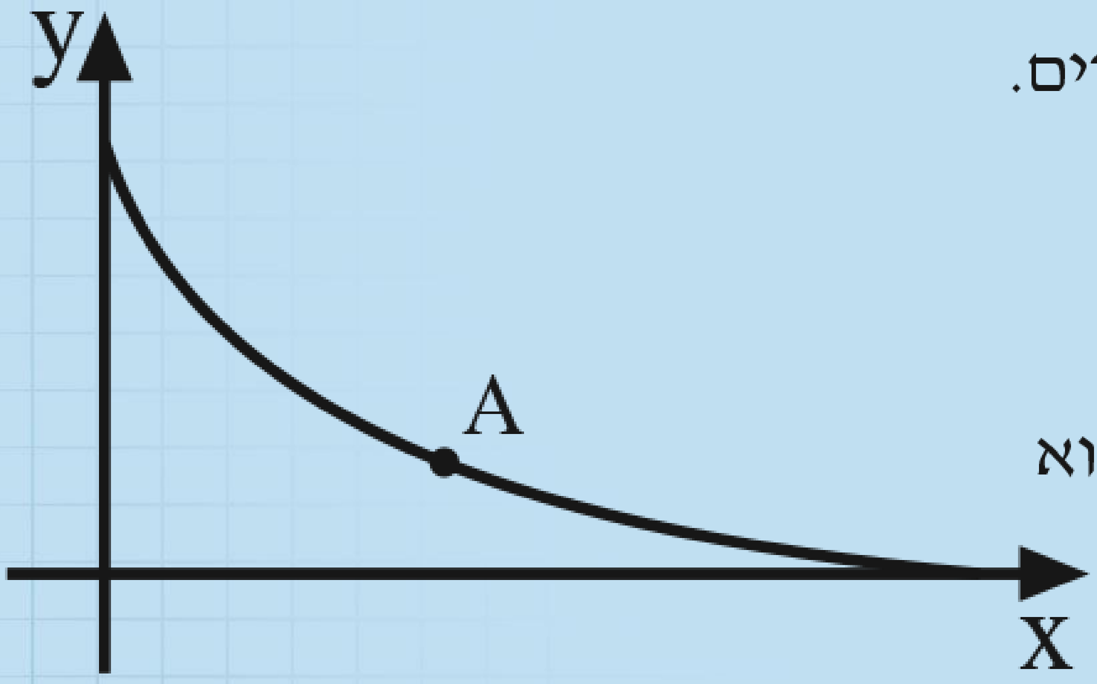
השאלה

40) בציור מתואר גרף הפונקציה $y = \frac{7-x}{x+2}$ ברביע הראשון.

A היא נקודה על גרף הפונקציה הנ"ל והיא נמצאת ברביע הראשון או על החלק החיובי של אחד מהצירים.

א. מצא את שיעורי הנקודה A שסכום השיעורים שלה הוא הקטן ביותר.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A שסכום השיעורים שלה הוא הגדול ביותר. (**הדרכה:** צריך למצוא מקסימום מוחלט).

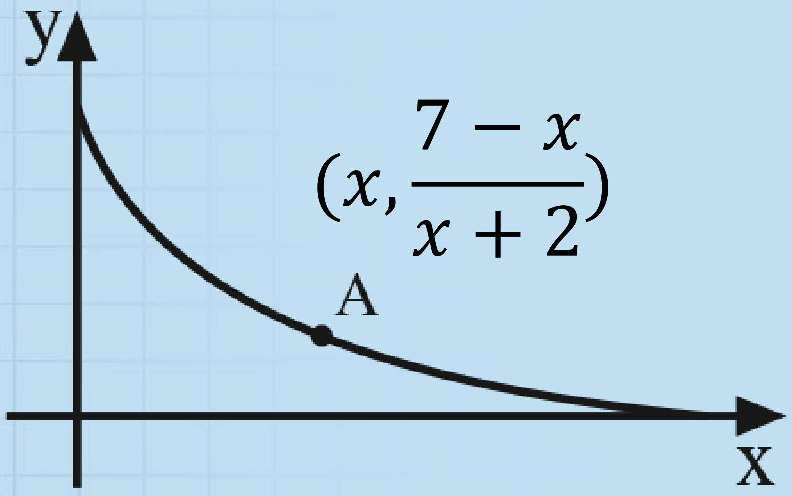


א. מצא את שיעורי הנקודה A שסכום השיעורים שלה הוא הקטן ביותר.

פתרון

$$y = \frac{7-x}{x+2}$$

נמצא את תחום ההגדרה של הפונקציה במגבלות תנאי הבעיה:



$$0 = \frac{7-x}{x+2}$$

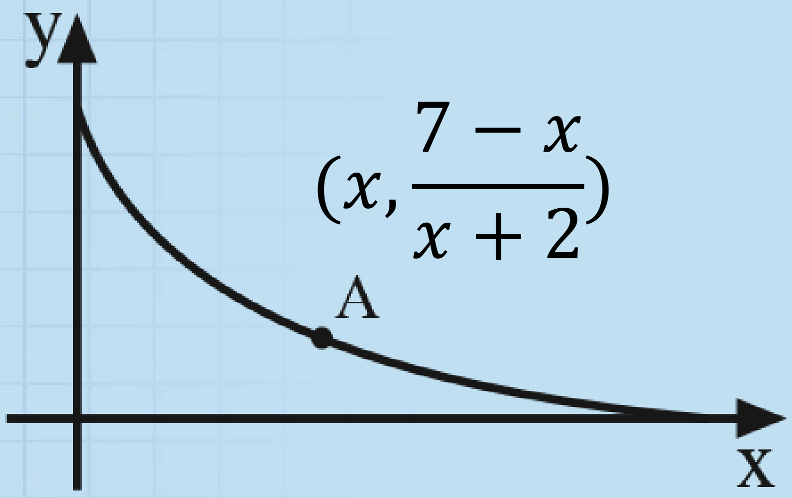
$$x = 7$$

$$0 \le x \le 7$$

א. מצא את שיעורי הנקודה A שסכום השיעורים שלה הוא הקטן ביותר.

פתרון

$$y = \frac{7-x}{x+2}$$



$$0 \le x \le 7$$

נמצא ערך קיצון לפונקציה שמייצגת את סכום השיעורים של נקודה A:

$$f(x) = x + \frac{7-x}{x+2}$$

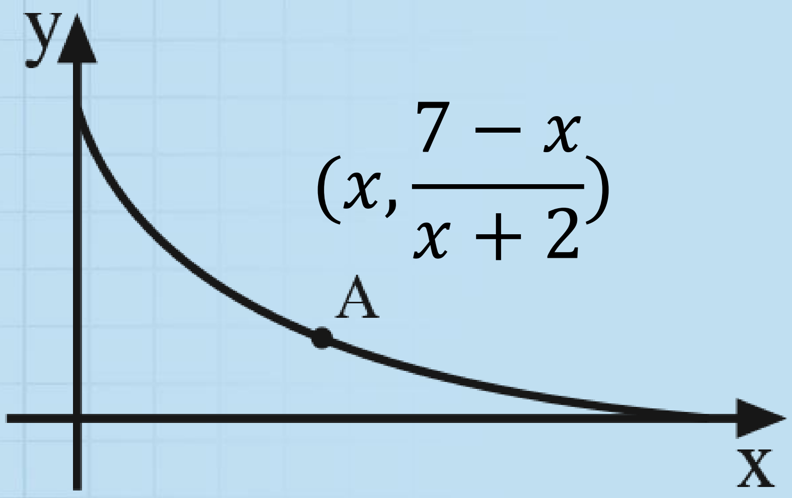
נגזור ונשווה לאפס:

$$f'(x) = 1 + \frac{-1 \cdot (x+2) - (7-x) \cdot 1}{(x+2)^2} = 1 + \frac{-x-2-7+x}{(x+2)^2}$$

א. מצא את שיעורי הנקודה A שסכום השיעורים שלה הוא הקטן ביותר.

$$y = \frac{7-x}{x+2}$$

פתרון



$$0 \le x \le 7$$

$$f'(x) = 1 - \frac{9}{(x+2)^2}$$

$$1 - \frac{9}{(x+2)^2} = 0$$

$$1 = \frac{9}{(x+2)^2} \quad /\cdot (x+2)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = 9$$

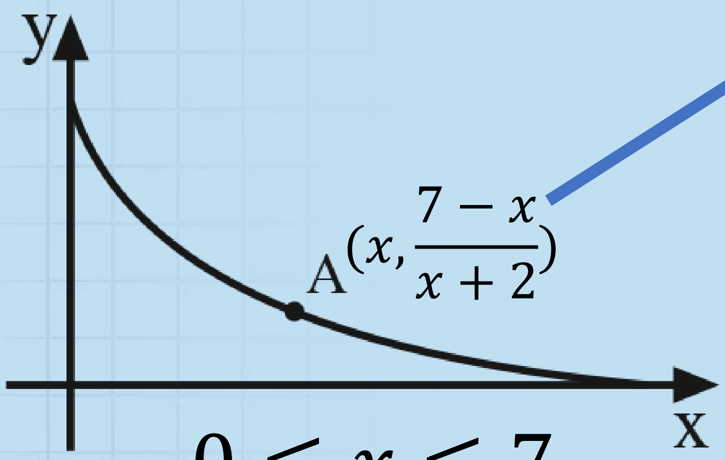
$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$x = 1 \qquad \cancel{x = -5}$$

א. מצא את שיעורי הנקודה A שסכום השיעורים שלה הוא הקטן ביותר.

פתרון

$$y = \frac{7-x}{x+2}$$



$$0 \le x \le 7$$

$$\left(1, \frac{7-1}{1+2}\right)$$

$$(1,2)$$

$$f(x) = x + \frac{7-x}{x+2}$$

$$x = 1$$

$$f(0) = 3.5 \qquad f(1) = 3 \qquad f(7) = 7$$

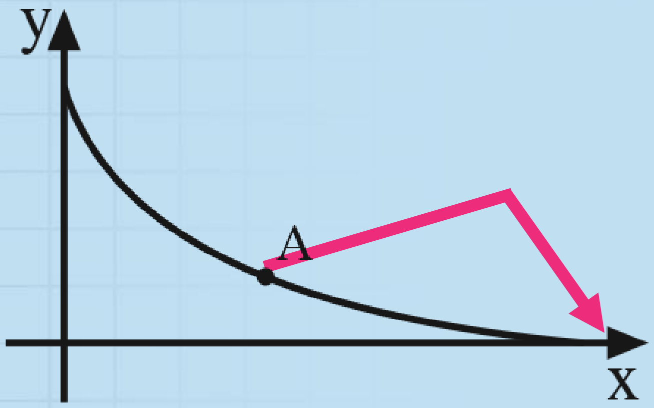
מינימום

שיעורי הנקודה A על הגרף שסכום השיעורים שלה הוא הקטן ביותר היא (1,2)

ב. מצא את שיעורי הנקודה A שסכום השיעורים שלה הוא הגדול ביותר. (**הדרכה:** צריך למצוא מקסימום מוחלט).

פתרון

$$y = \frac{7-x}{x+2}$$



$$0 \le x \le 7$$

הנקודות בקצה התחום הן גם נקודות קיצון על-פי הכלל:
שפונקציה רציפה בתחום סגור
מקבלת ערכי קיצון בקצה.

$f(0) = 3.5$ $\quad$ $f(1) = 3$ $\quad$ $f(7) = 7$

מינימום

שיעורי הנקודה A על הגרף שסכום השיעורים שלה הוא הגדול ביותר היא (7,0)

בהצלחה