הקנייה

האינטגרל הלא מסויים – פולינומים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 238

המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

הקנייה

כללי האינטגרציה

נביא עכשיו כמה כללים שיאפשרו לנו לחשב אינטגרלים של פונקציות נוספות.

הכללים שנביא מתייחסים **לפונקציות שיש להן פונקציה קדומה**. חשוב להדגיש שיש הרבה פונקציות פשוטות שאין להן פונקציה קדומה, כלומר הן לא נגזרת של אף פונקציה. (לדוגמא לפונקציה $y = \frac{\sin x}{x}$ לא ניתן למצוא פונקציה קדומה. לא נוכל במסגרת זאת להיכנס לדיון בנושא זה).

הקנייה

כלל (3): אם $F'(x) = f(x)$ אז $\boxed{\int f(mx+b)\,dx = \frac{1}{m}\cdot F(mx+b)+c}$

(b, m קבועים, $m \neq 0$).

הוכחה:

נגזור את אגף ימין לפי נגזרת של פונקציה מורכבת:

$$\left(\frac{1}{m}\cdot F(mx+b)+c\right)' = \frac{1}{m}\cdot F'(mx+b)\cdot(mx+b)' = \frac{1}{m}\cdot F'(mx+b)\cdot m = f(mx+b).$$

הערה: הנוסחה האחרונה שקיבלנו היא אינטגרל של פונקציה מורכבת שהפונקציה הפנימית היא פונקציה **קווית** (ליניארית).

הקנייה

אינטגרל של פונקציה מורכבת עם מעריך טבעי:

בהסתמך על הנוסחה $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ וכלל (3) נקבל את **הנוסחה:**

$$\boxed{\int (mx+b)^n dx = \frac{(mx+b)^{n+1}}{m(n+1)} + c}$$

(n טבעי, $m \neq 0$)

דוגמא ד':

חשב את האינטגרל $\int (3x-1)^4 dx$.

פתרון: $\int (3x-1)^4 dx = \frac{(3x-1)^5}{3 \cdot 5} + c = \frac{1}{15}(3x-1)^5 + c$.

בהצלחה