פתרון תרגיל

בעיות קיצון כלליות במישור ובמרחב

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 213, ת. 10

המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

השאלה

10) יש לבנות מיכל בצורת **גליל** ישר, הפתוח מלמעלה, שנפחו 50π מ״ק. מחיר מ״ר של בסיס המיכל הוא 125 שקלים ומחיר מ״ר של מעטפת המיכל הוא 20 שקלים.

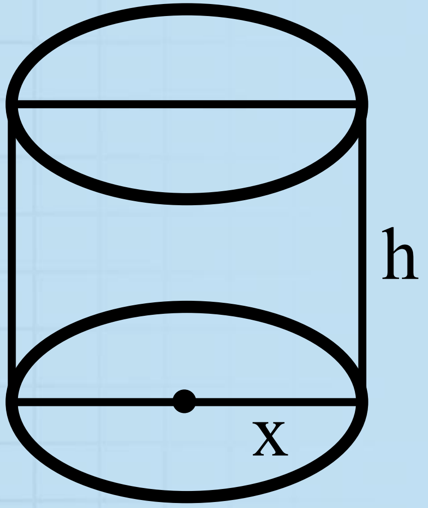
א. מה צריכים להיות רדיוס בסיס הגליל וגובהו כדי שמחיר בנייתו יהיה מינימלי?

ב. איזה חלק מהווה המחיר של בניית המעטפת ממחיר בניית המיכל כאשר מחיר בניית המיכל הוא מינימלי?

א. מה צריכים להיות רדיוס בסיס הגליל וגובהו כדי שמחיר בנייתו יהיה מינימלי?

פתרון

נפח הגליל הוא 50π סמ"ק



נקרא לרדיוס בסיס הגליל x ולגובה בגליל h

נביע את h בעזרת x.

נפח הגליל הוא 50π סמ"ק

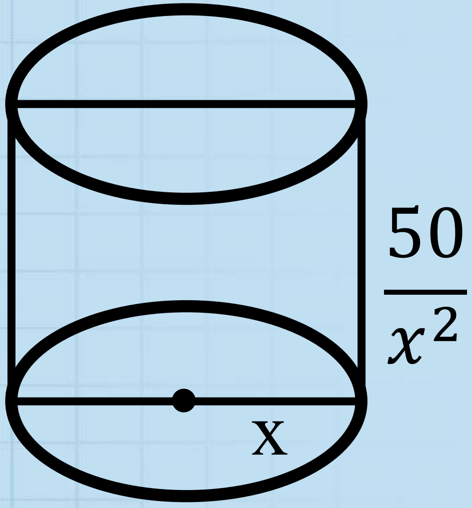
$$50\pi = \pi x^2 h \ /:\pi x^2$$

$$\frac{50}{x^2} = h$$

א. מה צריכים להיות רדיוס בסיס הגליל וגובהו כדי שמחיר בנייתו יהיה מינימלי?

פתרון

נפח הגליל הוא 50π סמ"ק



מחיר מ"ר של בסיס המיכל הוא 125 שקלים.

מחיר מ"ר של מעטפת המיכל הוא 20 שקלים.

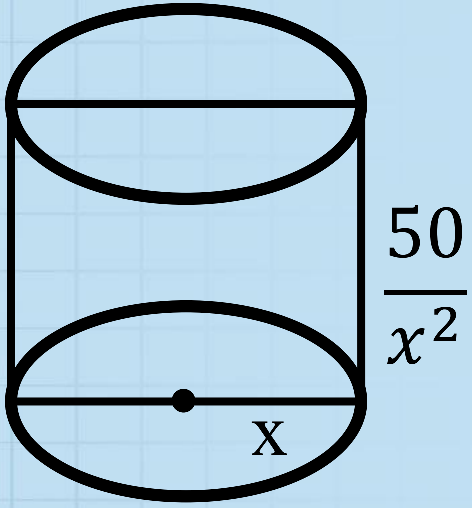
$$f(x) = 125 \cdot \pi x^2 + 20 \cdot 2\pi \cancel{x} \cdot \frac{50}{x^{\cancel{2}}}$$

$$f(x) = \boxed{125\pi x^2} + \boxed{\frac{2000\pi}{x}} = \pi\left(125x^2 + \frac{2000}{x}\right)$$

נגזור ונשווה לאפס: $$f'(x) = \pi\left(250x - \frac{2000}{x^2}\right) = 0$$

א. מה צריכים להיות רדיוס בסיס הגליל וגובהו כדי שמחיר בנייתו יהיה מינימלי?

פתרון



$$\pi\left(250x-\frac{2000}{x^2}\right)=0$$

$$250x-\frac{2000}{x^2}=0\ /\cdot x^2$$

$$250x^3-2000=0$$

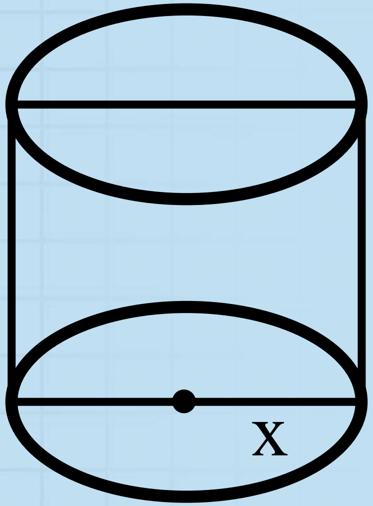
$$x^3-8=0$$

$$x=2$$

א. מה צריכים להיות רדיוס בסיס הגליל וגובהו כדי שמחיר בנייתו יהיה מינימלי?

פתרון

נפח הגליל הוא 50π סמ"ק



$$\frac{50}{x^2}$$

$$\frac{50}{2^2} = 12.5$$

$$f(x) = \pi\left(125x^2 + \frac{2000}{x}\right)$$

$$f(1) = 2125\pi \qquad f(2) = 1500\pi \qquad f(5) = 3525\pi$$

מינימום

רדיוס הבסיס צריך להיות 2 מ' וגובה הגליל הוא 12.5 מ'

ב. איזה חלק מהווה המחיר של בניית המעטפת ממחיר בניית המיכל כאשר מחיר בניית המיכל הוא מינימלי?

פתרון

מחיר בניית המיכל המינימלי הוא 1500π

מחיר בניית המעטפת כאשר מחיר המיכל הוא מינימלי: $\frac{2000\pi}{2} = 1000\pi$

$$\frac{1000\pi}{1500\pi} = \frac{2}{3}$$

חלק מחיר בניית המעטפת ממחיר בניית המיכל כאשר מחיר בניית המיכל הוא מינימלי הוא $\frac{2}{3}$

בהצלחה