הקנייה

בעיות קיצון בהנדסת המרחב

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 200

המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

הקנייה

בעיות קיצון בהנדסת המרחב – פולינומים

בסעיף זה נדון בבעיות קיצון **בהנדסת המרחב**. נביא כמה דוגמאות לפי גופים וסוגי פונקציות.

הערה: על **תיבה ומנסרה משולשת וישרה**, על **גליל ישר**, על **חרוט ישר** ועל **פירמידה ישרה** ראה בספר **מתמטיקה חלק ג'**.

הקנייה

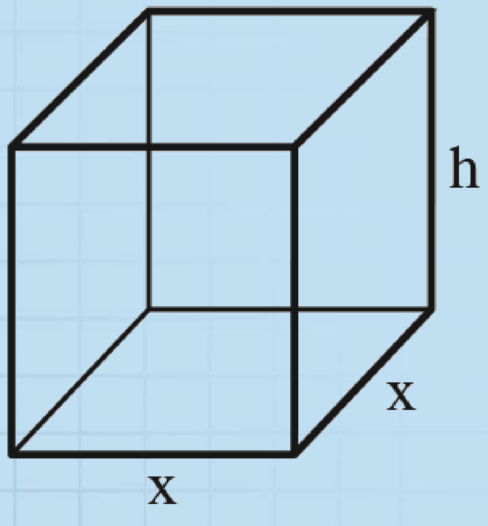
דוגמא א':

יש לבנות תיבה הפתוחה מלמעלה שבסיסה ריבוע ושטח פניה (המורכב מבסיס אחד ו-4 פאות צדדיות) הוא 75 סמ"ר.

א. מה צריכים להיות מקצועות התיבה כדי שנפחה יהיה מקסימלי?

ב. חשב את הנפח המקסימלי.

פתרון:



א. נסמן ב-x את מקצוע הבסיס ונביע את גובה התיבה h באמצעות x

והנתון הקבוע שהוא שטח הפנים השווה ל-75 סמ"ר.

שטח הפנים במקרה זה מורכב מבסיס אחד ששטחו x^2

וארבע פאות ששטחן $4xh$. לכן לפי הנתון $x^2+4xh = 75$.

הקנייה

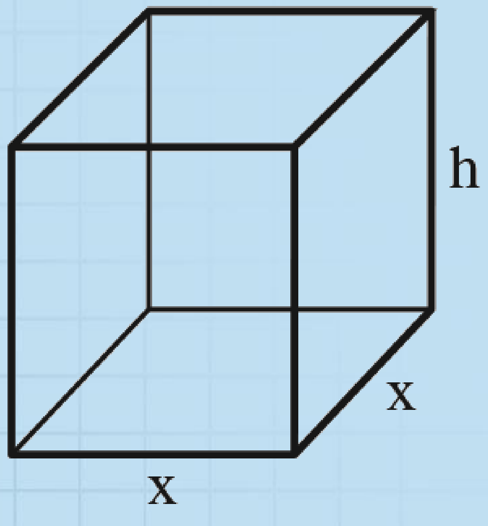
דוגמא א':

יש לבנות תיבה הפתוחה מלמעלה שבסיסה ריבוע ושטח פניה (המורכב מבסיס אחד ו-4 פאות צדדיות) הוא 75 סמ"ר.

א. מה צריכים להיות מקצועות התיבה כדי שנפחה יהיה מקסימלי?

ב. חשב את הנפח המקסימלי.

פתרון:



לפי הנתון $x^2+4xh = 75$.

נחלץ את h ונקבל $h = \frac{75-x^2}{4x}$.

נפח התיבה (נסמנו ב-y) הוא שטח הבסיס כפול הגובה

לכן $y = x^2h = x^2 \cdot \frac{75-x^2}{4x} = \frac{75x-x^3}{4}$.

הקנייה

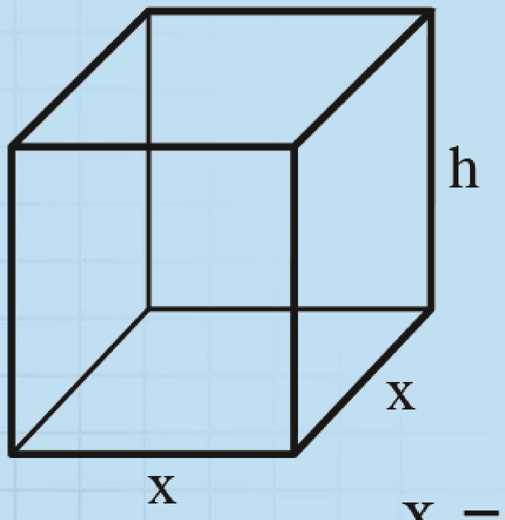
דוגמא א':

יש לבנות תיבה הפתוחה מלמעלה שבסיסה ריבוע ושטח פניה (המורכב מבסיס אחד ו-4 פאות צדדיות) הוא 75 סמ"ר.

א. מה צריכים להיות מקצועות התיבה כדי שנפחה יהיה מקסימלי?

ב. חשב את הנפח המקסימלי.

פתרון:



לפי הנתון $x^2+4xh = 75$.

$$y = \frac{75x-x^3}{4}$$

נגזור ונשווה לאפס $= 0$ $y' = \frac{75-3x^2}{4}$,

לכן $75-3x^2 = 0$, ז"א $x^2 = 25$ והפתרון המתאים הוא $x = 5$.

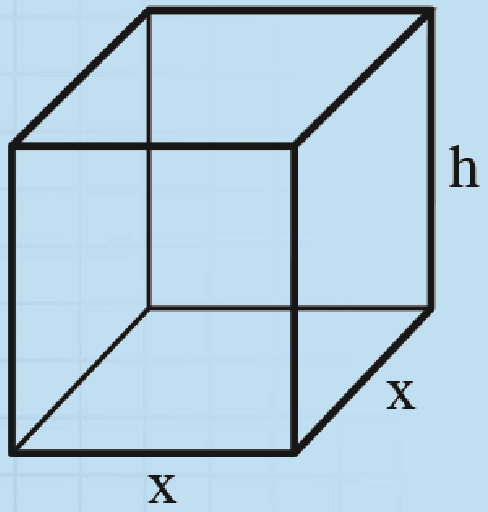
הקנייה

דוגמא א':

יש לבנות תיבה הפתוחה מלמעלה שבסיסה ריבוע ושטח פניה (המורכב מבסיס אחד ו-4 פאות צדדיות) הוא 75 סמ"ר.

א. מה צריכים להיות מקצועות התיבה כדי שנפחה יהיה מקסימלי?

ב. חשב את הנפח המקסימלי.



פתרון:

לפי הנתון $x^2+4xh = 75$. $x = 5$.

מכאן שהגובה הוא $h = \frac{75-25}{20} = 2.5$.

כלומר מקצועות התיבה הם: 5 ס"מ, 5 ס"מ, 2.5 ס"מ.

(בעזרת הנגזרת השנייה אפשר להראות שהפתרון $x = 5$ נותן מקסימום).

הקנייה

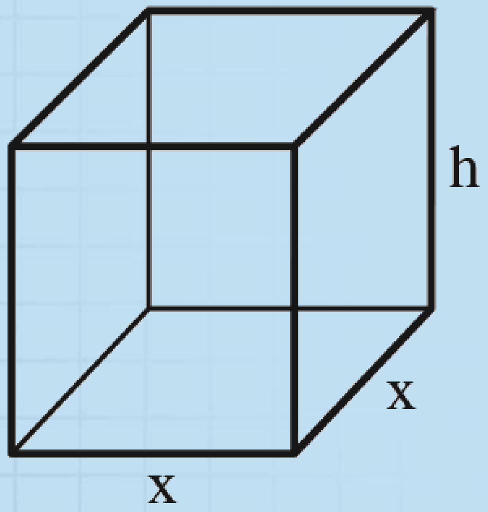
דוגמא א':

יש לבנות תיבה הפתוחה מלמעלה שבסיסה ריבוע ושטח פניה (המורכב מבסיס אחד ו-4 פאות צדדיות) הוא 75 סמ"ר.

א. מה צריכים להיות מקצועות התיבה כדי שנפחה יהיה מקסימלי?

ב. חשב את הנפח המקסימלי.

פתרון:



לפי הנתון $x^2+4xh = 75$. $x = 5$. $y = \frac{75x-x^3}{4}$

הגובה הוא $h = \frac{75-25}{20} = 2.5$.

מקצועות התיבה הם: 5 ס"מ, 5 ס"מ, 2.5 ס"מ.

ב. הנפח המקסימלי הוא: $y = 5^2 \cdot 2.5 =$ 62.5 סמ"ק (מקסימלי).

בהצלחה