פתרון תרגיל

בעיות קיצון בהנדסת המרחב

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 206, ת. 22

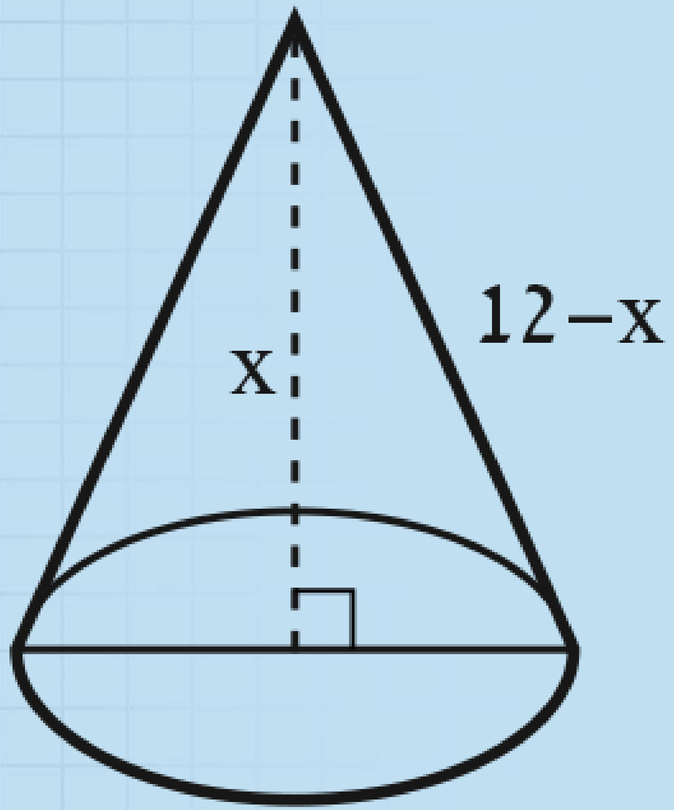
המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

השאלה

22) בחרוט ישר סכום הגובה והקו היוצר הוא 12 ס"מ. נסמן ב-x את גובה החרוט.

א. הבע באמצעות x את **הריבוע** של רדיוס הבסיס.

ב. מצא את x עבורו החרוט בעל נפח מקסימלי.



א. הבע באמצעות x את **הריבוע** של רדיוס הבסיס.

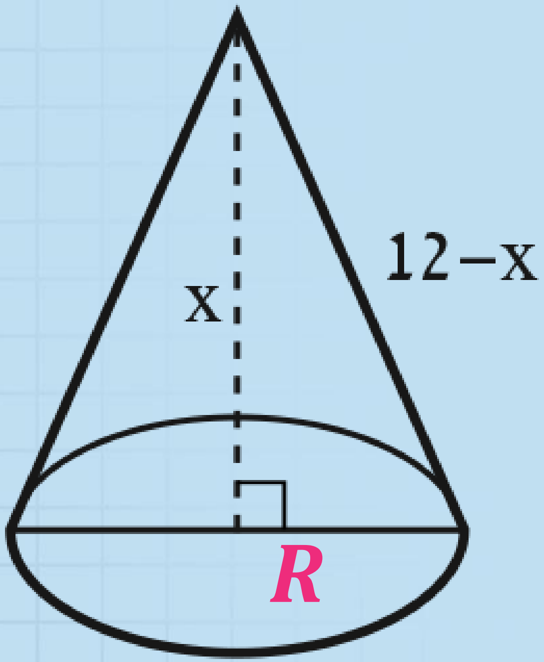
פתרון

משפט פיתגורס:

$$R^2 + x^2 = (12 - x)^2$$

$$R^2 + \cancel{x^2} = 144 - 24x + \cancel{x^2}$$

$$\mathbf{R^2 = 144 - 24x}$$



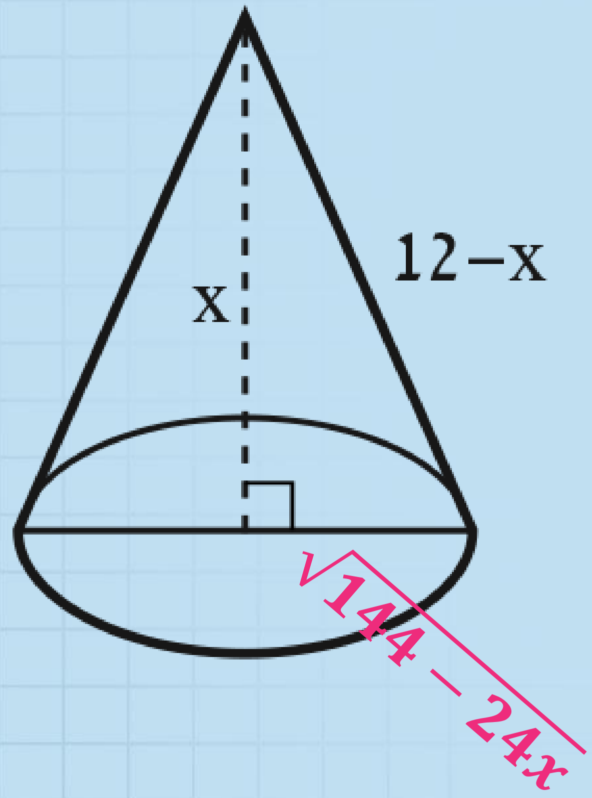
ב. מצא את x עבורו החרוט בעל נפח מקסימלי.

פתרון

$$R^2 = 144 - 24x$$

נסמן את נפח החרוט ב- $f(x)$:

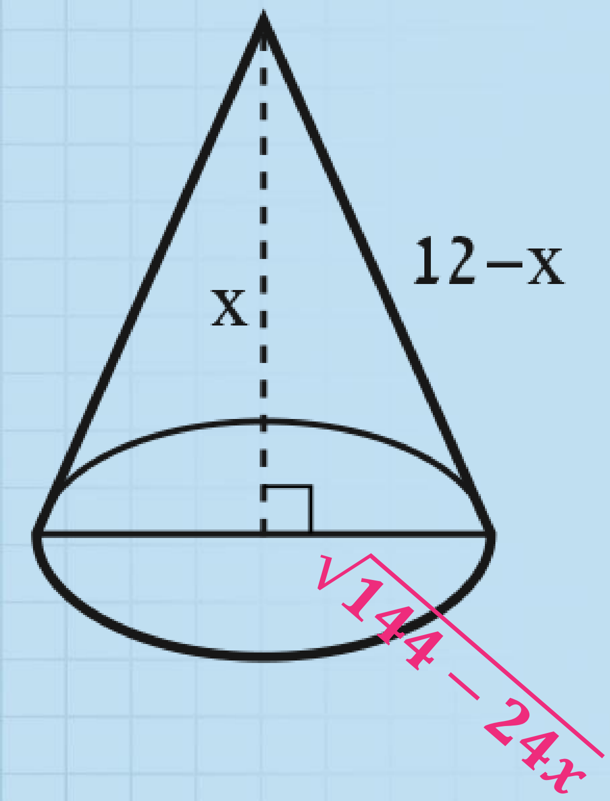
$$f(x) = \frac{\pi R^2 \cdot x}{3}$$



$$f(x) = \frac{\pi(144 - 24x) \cdot x}{3} = \frac{\pi}{3} \cdot (144x - 24x^2)$$

ב. מצא את x עבורו החרוט בעל נפח מקסימלי.

פתרון



נפח החרוט - $f(x)$: $f(x) = \frac{\pi}{3} \cdot (144x - 24x^2)$

נחפש ערך קיצון – נגזור ונשווה לאפס:

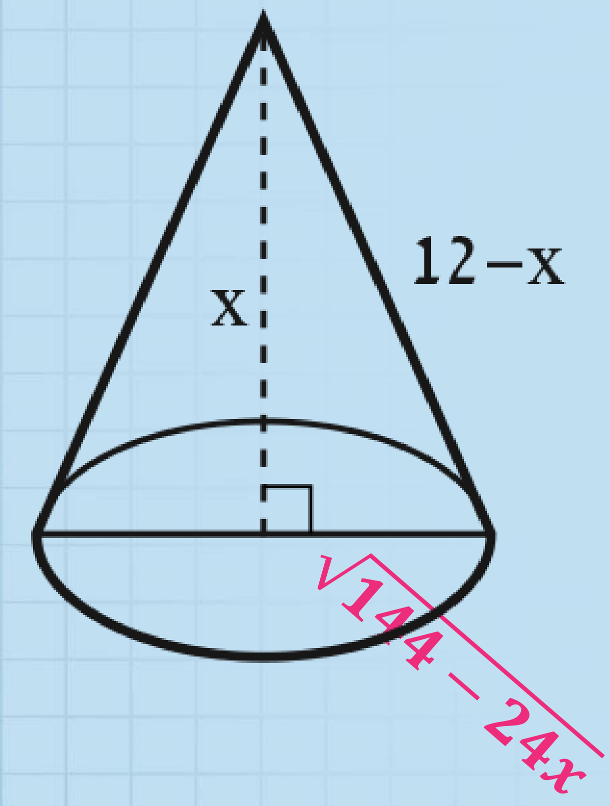
$$f'(x) = \frac{\pi}{3} \cdot (144 - 48x) = 0$$

$$144 - 48x = 0$$

$$144 = 48x \ /: 48 \quad \longrightarrow \quad x = 3$$

ב. מצא את x עבורו החרוט בעל נפח מקסימלי.

פתרון



נפח החרוט - $f(x)$: $f(x)=\frac{\pi}{3}\cdot(144x-24x^2)$

$$f'(x)=\frac{\pi}{3}\cdot(144-48x)$$

$f''(x)=\frac{\pi}{3}\cdot(-48)<0$ ⟶ **כאשר $x=3$**

נפח החרוט מקסימלי

בהצלחה