פתרון תרגיל

בעיות קיצון
בהנדסת המרחב

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 204, ת. 13

המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

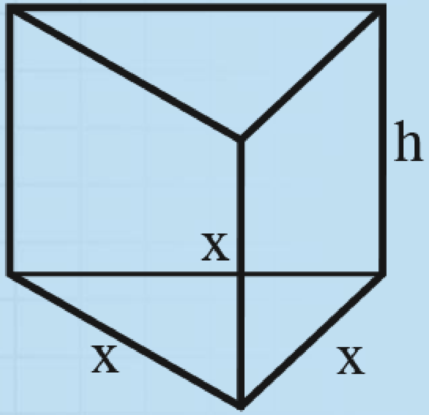
השאלה

13) מחוט שאורכו 18 ס"מ רוצים לבנות שלד למנסרה ישרה שבסיסה משולש שווה צלעות.

א. חשב את מקצוע בסיס המנסרה ואת גובה המנסרה עבורם נפח המנסרה הוא מקסימלי.

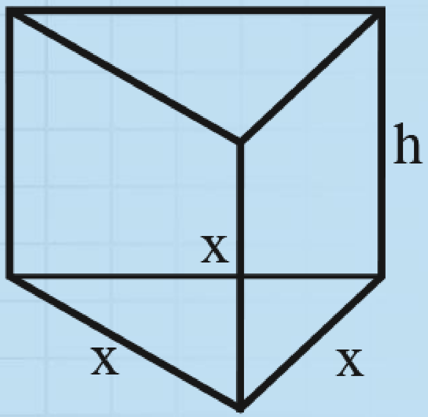
(**הדרכה:** שטח משולש שווה צלעות שצלעו x הוא $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$).

ב. חשב את מקצוע הבסיס ואת הגובה עבורם שטח המעטפת הוא מקסימלי. (המעטפת כוללת את 3 הפאות הצדדיות).



א. חשב את מקצוע בסיס המנסרה ואת גובה המנסרה עבורם נפח המנסרה הוא מקסימלי.

פתרון



אורך החוט המרכיב את המנסרה הוא 18 ס״מ

$$2 \cdot 3x + 3h = 18$$

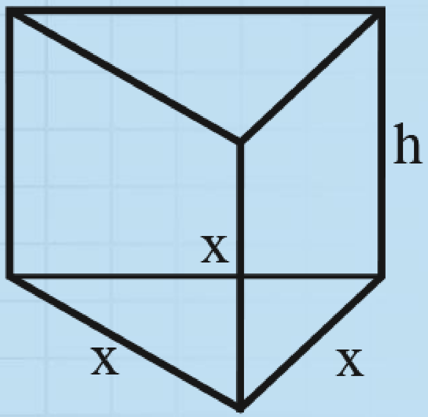
$$6x + 3h = 18 \;\; /-6x$$

$$3h = 18 - 6x \, /: 3$$

$$h = 6 - 2x$$

א. חשב את מקצוע בסיס המנסרה ואת גובה המנסרה עבורם נפח המנסרה הוא מקסימלי.

פתרון



(**הדרכה:** שטח משולש שווה צלעות שצלעו x הוא $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$).

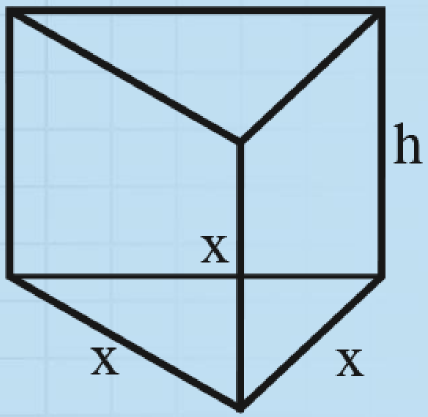
נפח המנסרה: $$V=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2\cdot h=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2\cdot(6-2x)$$

$$=1.5\sqrt{3}x^2-0.5\sqrt{3}x^3=0.5\sqrt{3}(3x^2-x^3)$$

נגזור ונשווה לאפס: $$V'=0.5\sqrt{3}(6x-3x^2)=0$$

א. חשב את מקצוע בסיס המנסרה ואת גובה המנסרה עבורם נפח המנסרה הוא מקסימלי.

פתרון



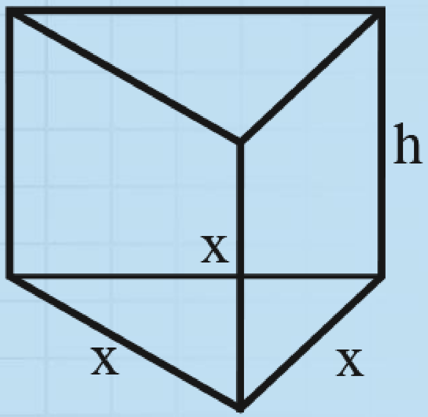
$$6x - 3x^2 = 0$$

$$0 = 3x(2 - x)$$

$\cancel{x = 0}$ או $x = 2$

א. חשב את מקצוע בסיס המנסרה ואת גובה המנסרה עבורם נפח המנסרה הוא מקסימלי.

פתרון



נפח המנסרה:

$$V = 0.5\sqrt{3}(3x^2 - x^3)$$

$$V' = 0.5\sqrt{3}(6x - 3x^2)$$

נעשה נגזרת שנייה ונציב את ערך ה-x שקיבלנו:

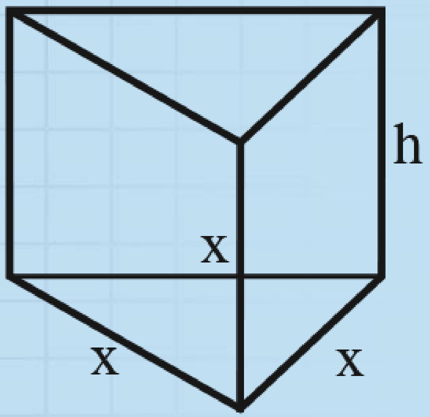
$$V'' = 0.5\sqrt{3}(6 - 6x)$$

$$V''(2) = 0.5\sqrt{3}(6 - 6 \cdot 2) < 0$$

כאשר $x = 2$ נפח המנסרה מקסימלי

א. חשב את מקצוע בסיס המנסרה ואת גובה המנסרה עבורם נפח המנסרה הוא מקסימלי.

פתרון



אורך מקצוע הבסיס (x) עבורו הנפח מקסימלי הוא 2 ס"מ

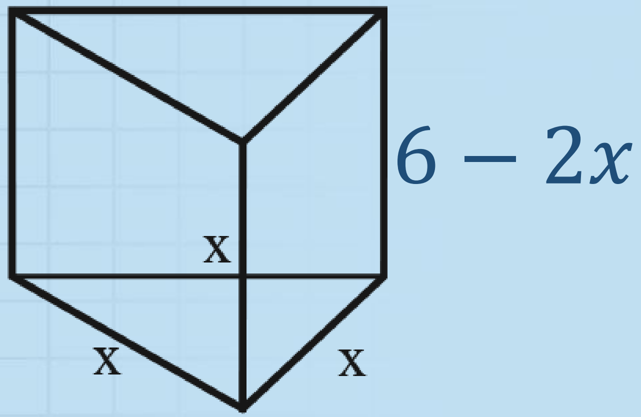
$$h = 6 - 2x = 6 - 2 \cdot 2 = 2$$

במקרה זה, גובה המנסרה (h) הוא 2 ס"מ

ב. חשב את מקצוע הבסיס ואת הגובה עבורם שטח המעטפת הוא מקסימלי. (המעטפת כוללת את 3 הפאות הצדדיות).

פתרון

שטח מעטפת המנסרה:



$$S = 3 \cdot xh = 3x(6-2x) = 18x - 6x^2$$

$$S' = 18 - 12x = 0 \qquad S'' = -12$$

מקסימום

$$x = 1.5$$

$$h = 6 - 2x = 6 - 2 \cdot 1.5 = 3$$

כאשר אורך מקצוע הבסיס 1.5 ס"מ וגובה המנסרה הוא 3 ס"מ, שטח המעטפת מקסימלי

בהצלחה