

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

# הקנייה

בעיות קיצון עם מספרים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'-2

184 עמ', 481

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה  
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全ツのヌル}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[ \gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



# הקנייה

בעיות קיצון עם מספרים – פונקציות רציונאליות

הערות:

(א) לפני שלומדים את הנושאים של פרק זה צריך ללמוד מהספר **מתמטיקה חלק א'** על בעיות מינימום ומקסימום עם פולינומים.

(ב) הנושא בעיות קיצון עם פונקציות טריגונומטריות הוא לא בתוכנית הלימודים ל-4 יח"ל.

הסוג הראשון של בעיות קיצון שנדון בו הוא בעיות קיצון עם מספרים. דוגמאות עם פולינומים ניתן לראות בספר **מתמטיקה חלק א'**. נביא תחילה דוגמא לבעיית קיצון עם מספרים שבה צריך לגזור פונקציה רציונאלית.

# הקנייה

דוגמא א':

מצא שני מספרים חיוביים שמכפלתם שווה ל-9 וסכומם מינימלי.

פתרון:

המשתנים הם שני מספרים, הנתון הקבוע הוא מכפלתם השווה ל-9 והמשתנה שרוצים

למצוא לו מינימום הוא סכומם.

אם מספר אחד הוא  $x$  אז השני הוא  $\frac{9}{x}$ .

נסמן את סכומם ב- $f(x)$  ונקבל  $f(x) = x + \frac{9}{x}$ . נגזור ונשווה לאפס  $f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2} = 0$

לכן  $x^2 = 9$  היות ושני המספרים הם חיוביים אז  $x = 3$ .

# הקנייה

דוגמא א':

מצא שני מספרים חיוביים שמכפלתם שווה ל-9 וסכומם מינימלי.

פתרון:

$$f(x) = x + \frac{9}{x}$$

$$f''(x) = \frac{9}{x^4} \cdot 2x = \frac{18}{x^3} \quad \text{נגזרת שנייה}$$

אם נציב  $x = 3$  נקבל  $f''(3) > 0$

ולכן זהו מינימום.

המספר השני הוא  $\frac{9}{3} = 3$  והסכום המינימלי הוא  $3 + 3 = 6$ .

# בהצלחה