פתרון תרגיל

משיק וחקירת פונקציה –
פונקציות עם שורשים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 123, ת. 16

השאלה

16) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. הראה שהפונקציה $f(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.

ג. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ד. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

ה. נתון שהפונקציה $f(x)$ היא הפונקציה הנגזרת של פונקציה $g(x)$. (כלומר $\mathbf{g'(x)=f(x)}$). בהסתמך על הסעיפים א׳—ד׳ ענה על הסעיפים הבאים לגבי הפונקציה $g(x)$:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוג הקיצון.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של $g(x)$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

פתרון

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

תחום הגדרה:

$x^2+1>0$ לכל x

תחום הגדרה: הפונקציה מוגדרת לכל x

ב. הראה שהפונקציה $f(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.

פתרון

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$\sqrt{x^2+1}\cdot/$

$$f'(x)=\frac{1\cdot\sqrt{x^2+1}-x\cdot\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+1}}}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2}=\frac{\sqrt{x^2+1}-\frac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{\frac{x^2+1-x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}(x^2+1)}$$

$$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x^2+1}(x^2+1)}>0$$

ערך הנגזרת חיובי עבור כל x ולכן

הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה

ג. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

פתרון

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$f(x) = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = 0$$

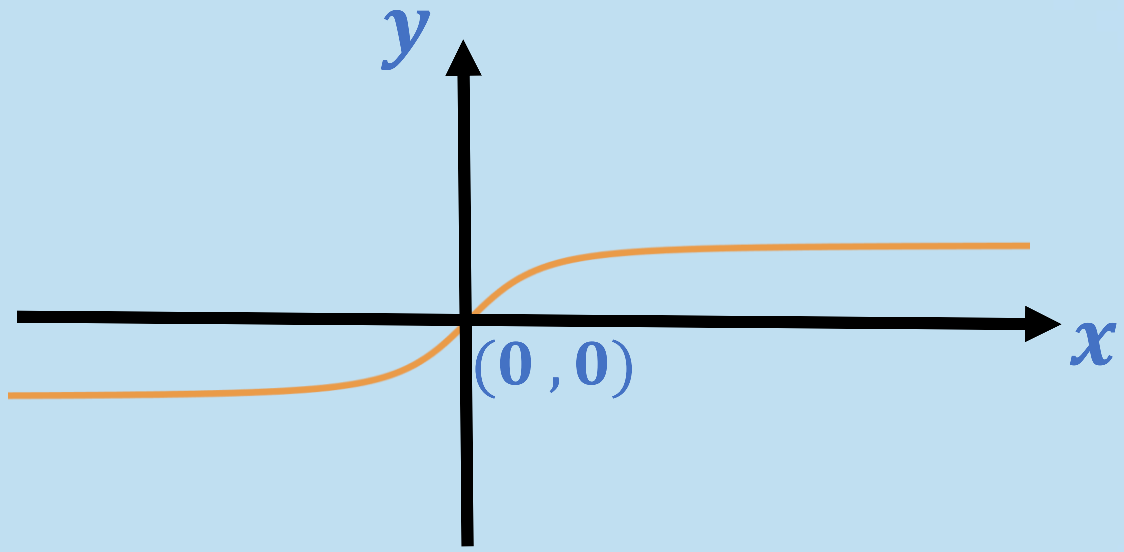
$$x = 0$$

נקודת החיתוך עם הצירים: $(0,0)$

ד.   מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

פתרון

$$f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$



תחום חיוביות: $x>0$

תחום שליליות: $x<0$

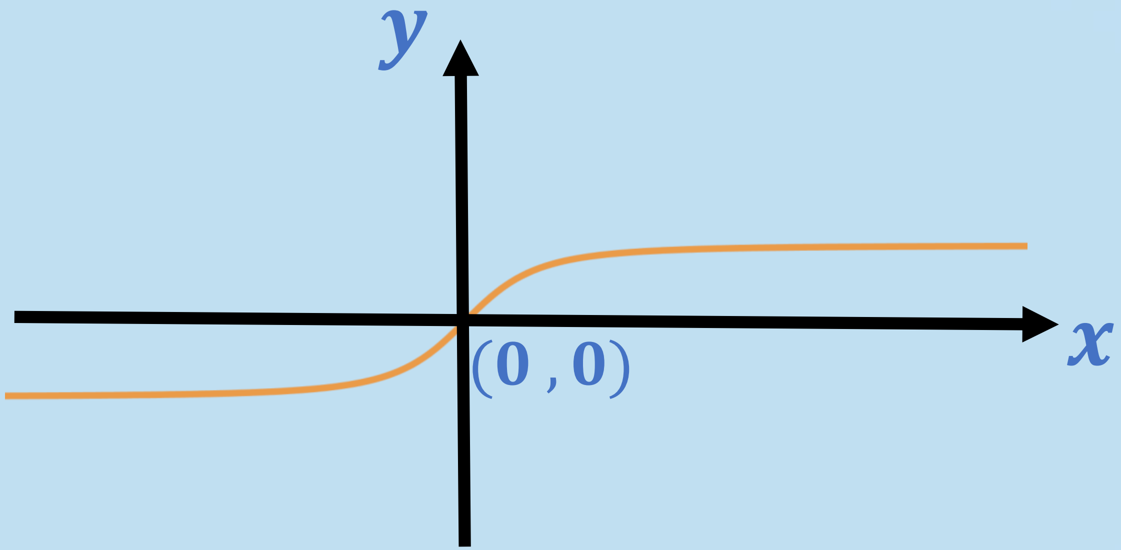
(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

פתרון

ה. נתון שהפונקציה $f(x)$ היא הפונקציה הנגזרת של פונקציה $g(x)$.

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$g'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$



תחום ההגדרה של $f(x)$ הוא כל x וגם תחום ההגדרה של $g'(x)$ הוא גם כל x.

ולכן **$g(x)$ מוגדרת לכל x**

(2) מצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה g(x) וקבע את סוג הקיצון.

פתרון

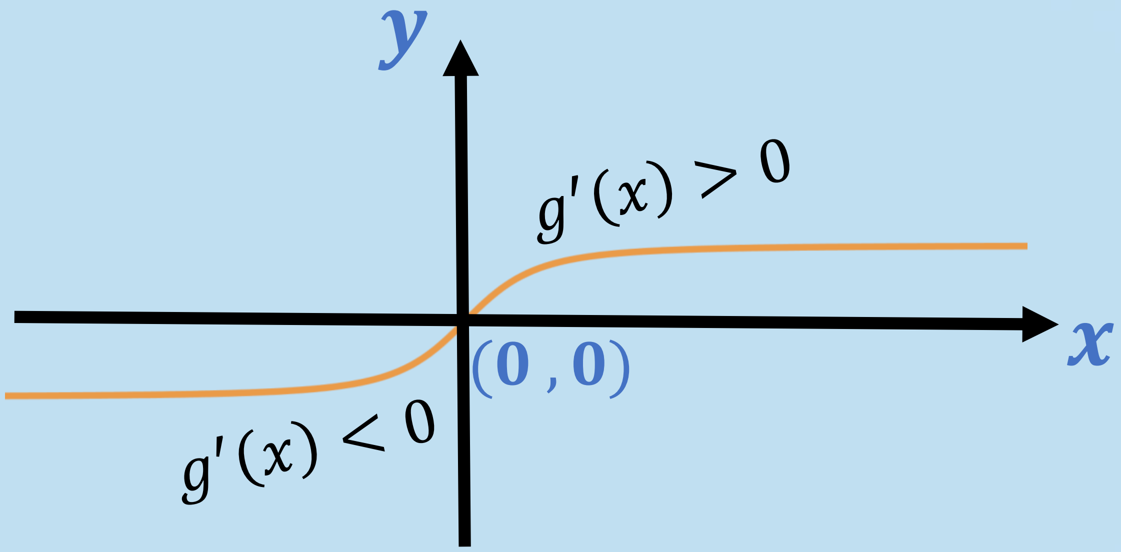
ה. נתון שהפונקציה f(x) היא הפונקציה הנגזרת של פונקציה g(x).

$$g'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$g'(x) = 0$$

$$x = 0$$

מינימום



(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של $g(x)$.

פתרון

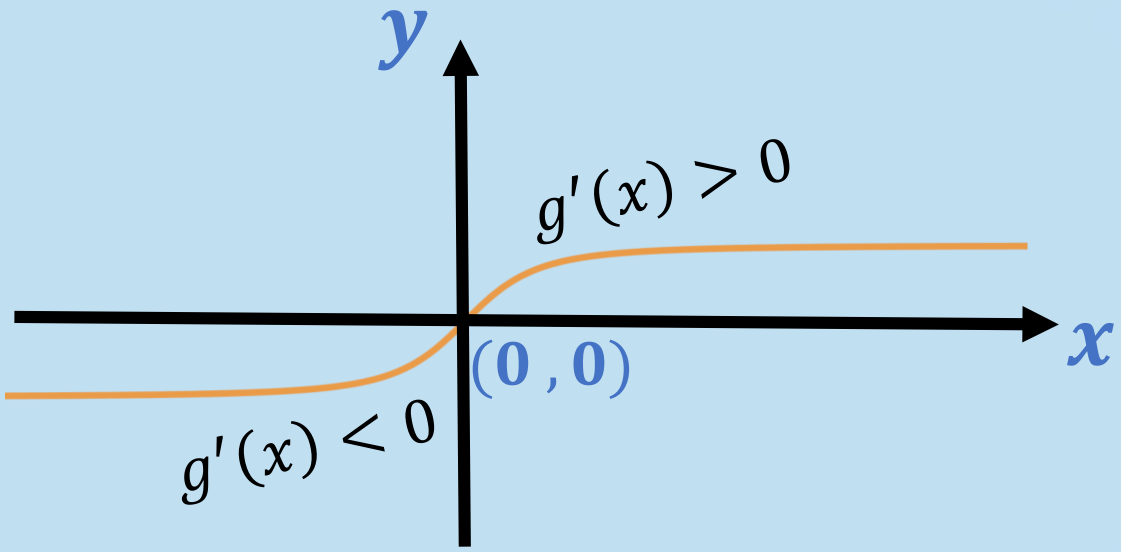
ה. נתון שהפונקציה $f(x)$ היא הפונקציה הנגזרת של פונקציה $g(x)$.

$$g'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$g'(x) = 0$$

$$x = 0$$

מינימום



תחום עלייה: $x > 0$

תחום ירידה: $x < 0$

בהצלחה