פתרון תרגיל

זיהוי הפונקציה עפ"י הגרף – פונקציות עם שורשים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 119, ת.4

המצגת נערכה ע״י עומרי נווה

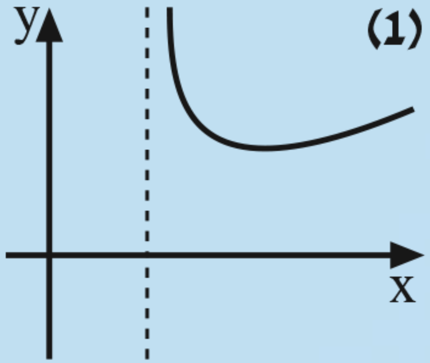
השאלה

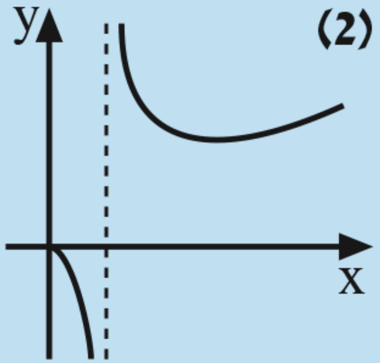
4) נתונות שלוש הפונקציות הבאות: $f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{x+3a}}$, $g(x)=\frac{x}{\sqrt{x-4a}}$, $h(x)=\frac{x}{\sqrt{x-a}}$.

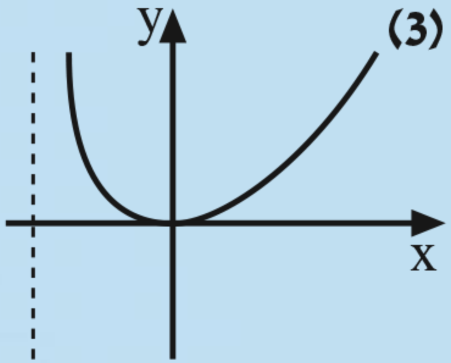
ידוע שהאסימפטוטה האנכית של הפונקציה $g(x)$ היא $x=4$.

א. מצא את a ואת האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$ ו-$h(x)$.

ב. שלושת הגרפים הבאים מתארים, לא לפי הסדר, את הפונקציות הנ"ל:







היעזר באסימפטוטות האנכיות של הפונקציות וקבע איזו פונקציה מתאימה לכל גרף.
נמק את תשובתך.

ג. מצא, לגבי כל גרף, את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה המתוארת בו.

א. מצא את a ואת האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$ ו-$h(x)$.

פתרון

ידוע שהאסימפטוטה האנכית של הפונקציה $g(x)$ היא $x = 4$.

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x-4a}}$$

מכנה (4) $= 0$

$$\sqrt{4-4a} = 0 \;/(\quad)^2$$

$$4 - 4a = 0 \;/+4a$$

$$4 = 4a$$

$$\boldsymbol{a = 1}$$

א. מצא את a ואת האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה f(x) ו-h(x).

פתרון

$$g(x) = \frac{x}{\sqrt{x-4}}$$

$$h(x) = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$$

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x+3}}$$

אסימפטוטה אנכית:

$$\boldsymbol{x = 4}$$

אסימפטוטה אנכית:

$$\boldsymbol{x = 1}$$

אסימפטוטה אנכית:

$$\boldsymbol{x = -3}$$

ב. שלושת הגרפים הבאים מתארים, לא לפי הסדר, את הפונקציות הנ״ל:
היעזר באסימפטוטות האנכיות של הפונקציות וקבע איזו פונקציה מתאימה לכל גרף.
נמק את תשובתך.

פתרון

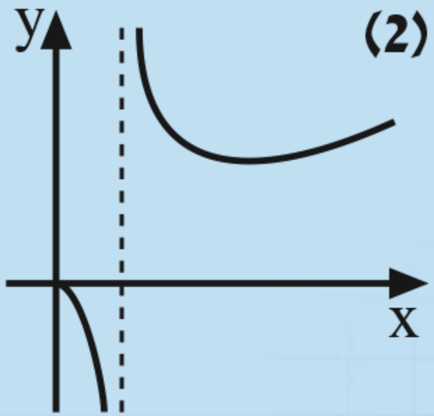
$$h(x)=\frac{x}{\sqrt{x}-1}$$

אסימפטוטה אנכית:

$$x=1$$

תחום הגדרה:

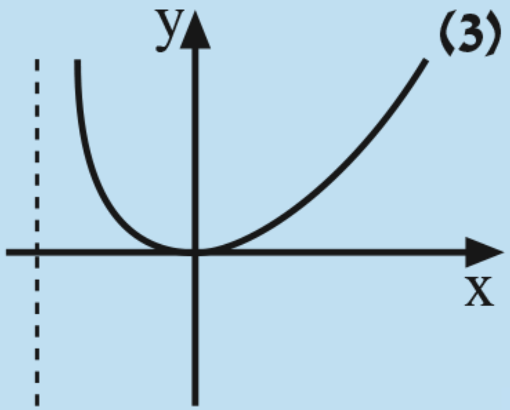
$$x\geq 0$$
$$x\neq 1$$



$$f(x)=\frac{x^2}{\sqrt{x+3}}$$

אסימפטוטה אנכית:

$$x=-3$$



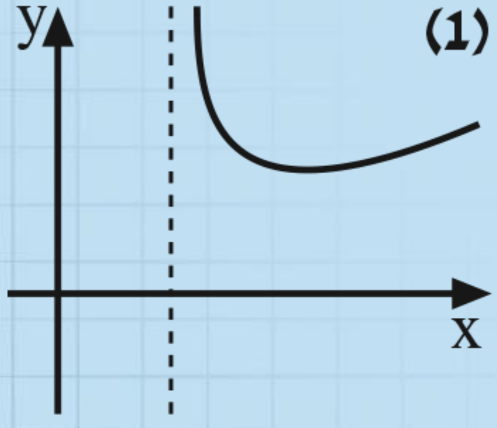
$$g(x)=\frac{x}{\sqrt{x-4}}$$

אסימפטוטה אנכית:

$$x=4$$

תחום הגדרה:

$$x>4$$



ג. מצא, לגבי כל גרף, את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה המתוארת בו.

פתרון

נעזר במציאת נקודות הקיצון של הפונקציות הנתונות

וכן, בשרטוטים הנתונים

וכך נקבע את תחומי העלייה והירידה של כל פונקציה

ג. מצא, לגבי כל גרף, את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה המתוארת בו.

פתרון

$$g(x)=\frac{x}{\sqrt{x-4}}$$

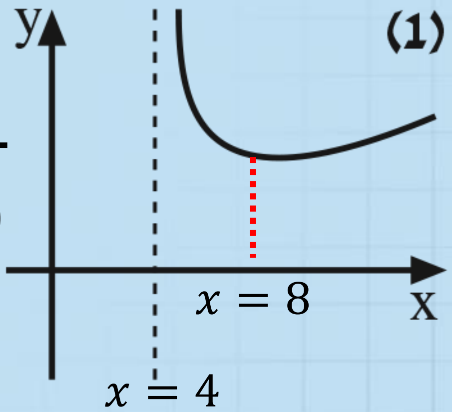
אסימפטוטה אנכית:

$$x=4$$

$2\sqrt{x-4}/\cdot$

$$g'(x)=\frac{1\cdot\sqrt{x-4}-x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x-4}}}{\left(\sqrt{x-4}\right)^2}$$

$$=\frac{\frac{2(x-4)-x}{2\sqrt{x-4}}}{x-4}=\frac{2x-8-x}{2\sqrt{x-4}(x-4)}=\frac{x-8}{2\sqrt{x-4}(x-4)}$$



$x-8=0 \Rightarrow x=8$

תחום עלייה: $x>8$ **תחום ירידה:** $4<x<8$

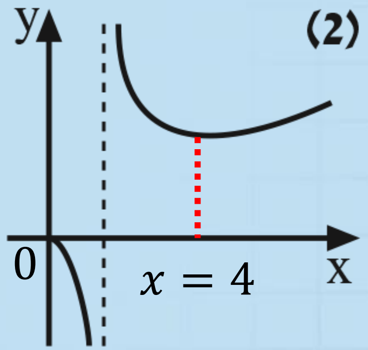
ג. מצא, לגבי כל גרף, את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה המתוארת בו.

פתרון

$$h(x)=\frac{x}{\sqrt{x}-1}$$

אסימפטוטה אנכית:

$$x=1$$



$$h'(x)=\frac{1\cdot(\sqrt{x}-1)-x\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x}-1)^2}=\frac{\sqrt{x}-1-\frac{1}{2}\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)^2}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)^2}=0$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{x}-1=0 \Rightarrow \frac{1}{2}\sqrt{x}=1 \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4$$

תחום עלייה: $x>4$ **תחומי ירידה:** $0<x<1$ **או** $1<x<4$

ג. מצא, לגבי כל גרף, את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה המתוארת בו.

פתרון

$$f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x+3}}$$

אסימפטוטה אנכית:

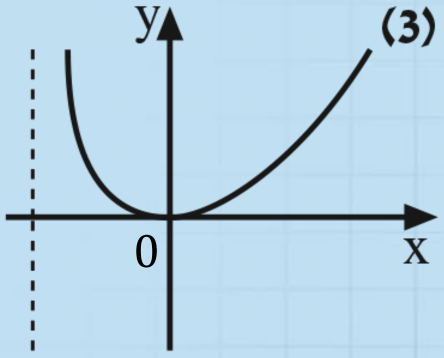
$$x = -3$$

$2\sqrt{x+3}/\cdot$

$$f'(x) = \frac{2x\sqrt{x+3} - x^2 \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x+3}}}{\left(\sqrt{x+3}\right)^2} = \frac{4x(x+3) - x^2}{2\sqrt{x+3}(x+3)}$$

$$= \frac{4x^2 + 12x - x^2}{2\sqrt{x+3}(x+3)} = \frac{3x^2 + 12x}{2\sqrt{x+3}(x+3)} = 0$$

(3)



$x = -3$

$$3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow 3x(x+4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \quad \cancel{x_2 = -4}$$

תחום עלייה: $x > 0$ **תחום ירידה:** $-3 < x < 0$

בהצלחה