

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = \left[3x^3 + x^2 + 4x + C \right]_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

פתרון תרגיל

חקירת פונקציה -

פונקציות רציונאליות

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'-2

481, עמ' 54, ת. 11

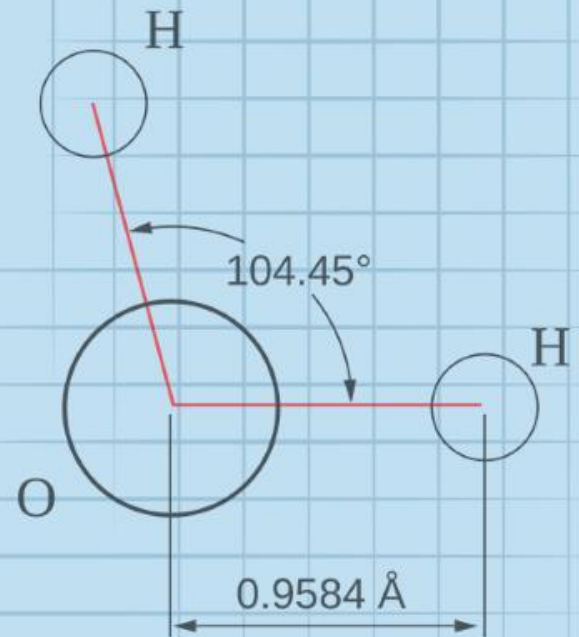
המצגת נערכה ע"י עומרי נווה
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{כל הסלע}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



השאלה

חקירת פונקציות בתרגילים שלהלן תיעשה עפ"י הסעיפים הבאים והיא כוללת מציאת:

- (א) תחום הגדרה.
- (ב) נקודות קיצון.
- (ג) תחומי עלייה וירידה.
- (ד) נקודות חיתוך עם הצירים.
- (ה) אסימפטוטות המאונכות לצירים.
- (ו) שרטוט גרף הפונקציה.

חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים שרשומים בתחילת סעיף זה:

$$y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1} \quad (11)$$

חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ (א) תחום הגדרה.

פתרון

נבדוק עבור איזה x המכנה שווה לאפס.

$$x^2 + x + 1 = 0$$

למשוואה זאת אין פתרון (לפי נוסחת השורשים)

ולכן הפונקציה הנתונה מוגדרת לכל x .

חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ (ב) נקודות קיצון.

פתרון

$$y' = \frac{(2x - 1)(x^2 + x + 1) - (x^2 - x + 1)(2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$$y' = \frac{2x^3 + 2x^2 + 2x - x^2 - x - 1 - (2x^3 + x^2 - 2x^2 - x + 2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$$y' = \frac{2x^3 + 2x^2 + 2x - x^2 - x - 1 - 2x^3 - x^2 + 2x^2 + x - 2x - 1}{(x^2 + x + 1)^2}$$

חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ (ב) נקודות קיצון.

פתרון

$$y' = \frac{2x^3 + 2x^2 + 2x - x^2 - x - 1 - 2x^3 - x^2 + 2x^2 + x - 2x - 1}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$$y' = \frac{2x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)^2}$$

חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ (ב) נקודות קיצון.

פתרון

$$y' = \frac{2x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$$y' = 0$$

$$\frac{2x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)^2} = 0$$

$$2x^2 - 2 = 0$$

$$2(x^2 - 1) = 0$$

$$2(x + 1)(x - 1) = 0$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 1$$

חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ (ב) נקודות קיצון.

פתרון

$$y' = \frac{2x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$$x_1 = -1$$

$$y_1 = \frac{(-1)^2 - (-1) + 1}{(-1)^2 + (-1) + 1}$$

$$y_1 = \frac{3}{1}$$

$$y_1 = 3 \quad (-1, 3)$$

$$x_2 = 1$$

$$y_2 = \frac{1^2 - 1 + 1}{1^2 + 1 + 1}$$

$$y_2 = \frac{1}{3} \quad (1, \frac{1}{3})$$

חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ (ב) נקודות קיצון.

$$y' = \frac{2x^2 - 2}{(x^2 + x + 1)^2}$$

פתרון

x	-2	-1	0	1	2
y'	+	0	-	0	+
y					

(-1, 3) מקסימום

(1, 1/3) מינימום

מכיוון שמכנה הנגזרת תמיד חיובי, ניתן להציב את x רק במונה לשם קביעת סימן הנגזרת.

$$x = -2 \quad 2 \cdot (-2)^2 - 2 = 6 > 0$$

$$x = 0 \quad 2 \cdot 0^2 - 2 = -2 < 0$$

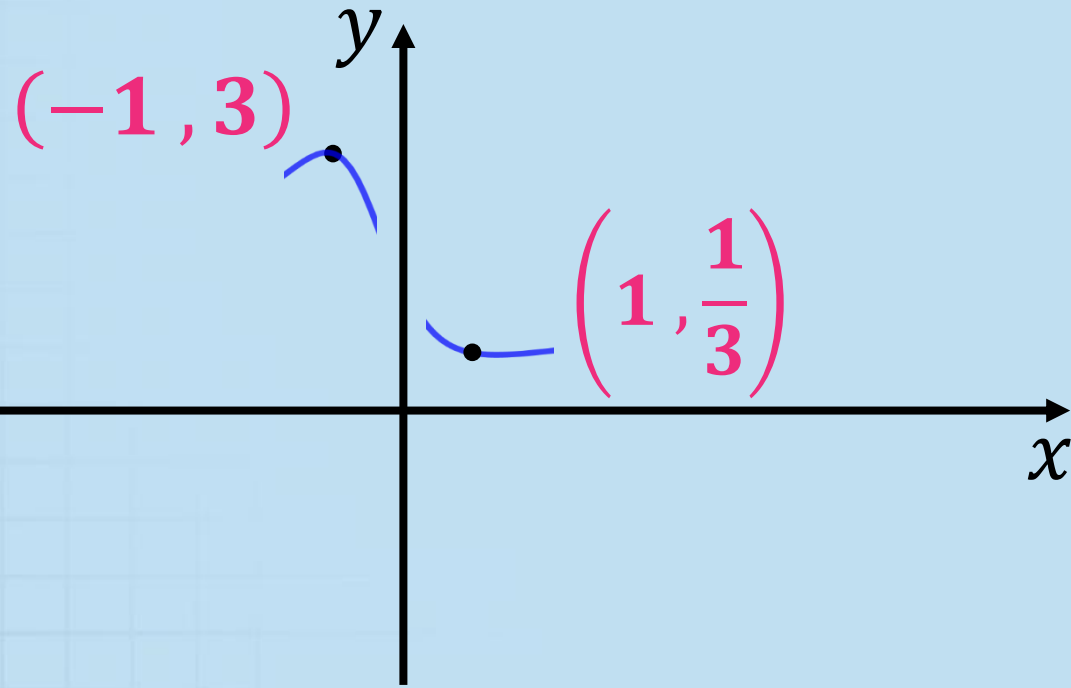
$$x = 2 \quad 2 \cdot 2^2 - 2 = 6 > 0$$

חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ (ב) נקודות קיצון.

פתרון

מקסימום $(-1, 3)$

מינימום $(1, \frac{1}{3})$



חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ (ג) תחומי עלייה וירידה.

פתרון

x	-2	-1	0	1	2
y'	+	0	-	0	+
y					

תחומי ירידה:

$$-1 < x < 1$$

תחומי עלייה:

$$x < -1 \quad \text{או} \quad x > 1$$

חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ (ד) נקודות חיתוך עם הצירים.

פתרון

$$x = 0$$

$$y = \frac{0^2 - 0 + 1}{0^2 + 0 + 1}$$

$$y = \frac{1}{1}$$

$$y = 1$$

$$y = 0$$

$$x^2 - x + 1 = 0$$

משוואה ללא פתרון (לפי נוסחת השורשים)

$(0, 1)$

לכן אין חיתוך עם ציר ה- x

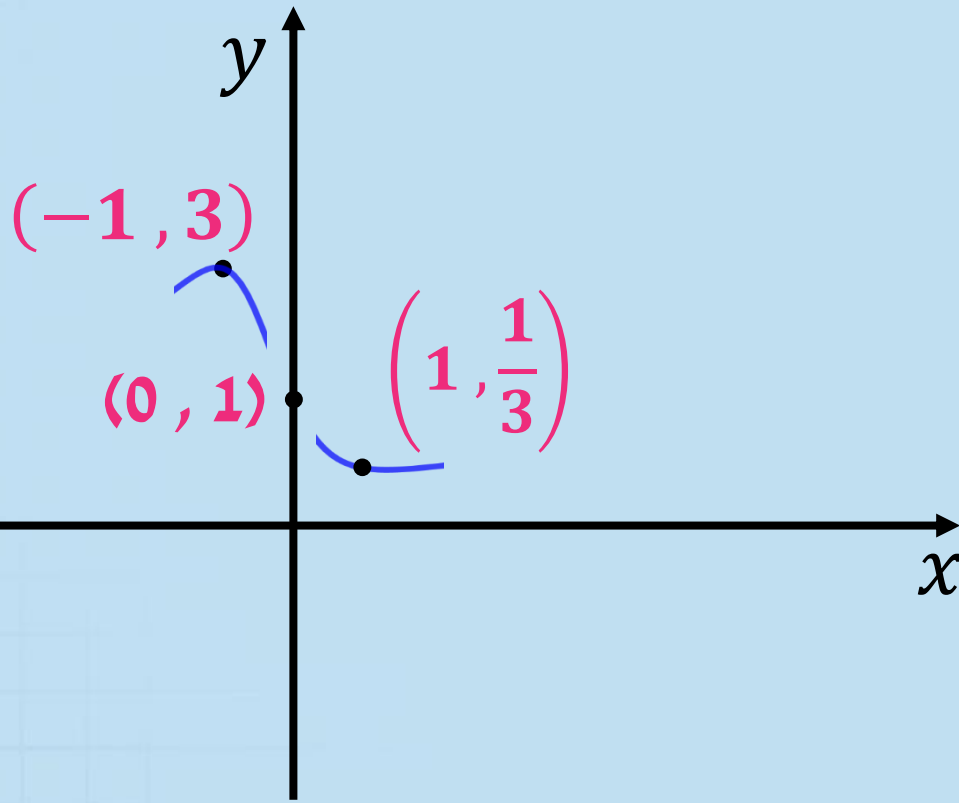
חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ (ד) נקודות חיתוך עם הצירים.

פתרון

מקסימום $(-1, 3)$

מינימום $(1, \frac{1}{3})$

חיתוך עם הצירים $(0, 1)$



חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים: $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$ (ה) **אסימפטוטות המאונכות לצירים.**

פתרון

אסימפטוטה אנכית:

אין אסימפטוטה אנכית מפני שאין ערך של x עבורו המכנה מתאפס.

אסימפטוטה אופקית:

החזקה הגבוהה ביותר במונה היא x^2 והמקדם הוא 1

החזקה הגבוהה ביותר במכנה היא x^2 והמקדם הוא 1

לכן האסימפטוטה האופקית היא $y = \frac{1}{1}$ כלומר הישר $y = 1$

חקור את הפונקציות הבאות עפ"י הסעיפים:
(ו) שרטוט גרף הפונקציה.
 $y = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$

פתרון

הפונקציה הנתונה מוגדרת לכל x .

מקסימום $(-1, 3)$

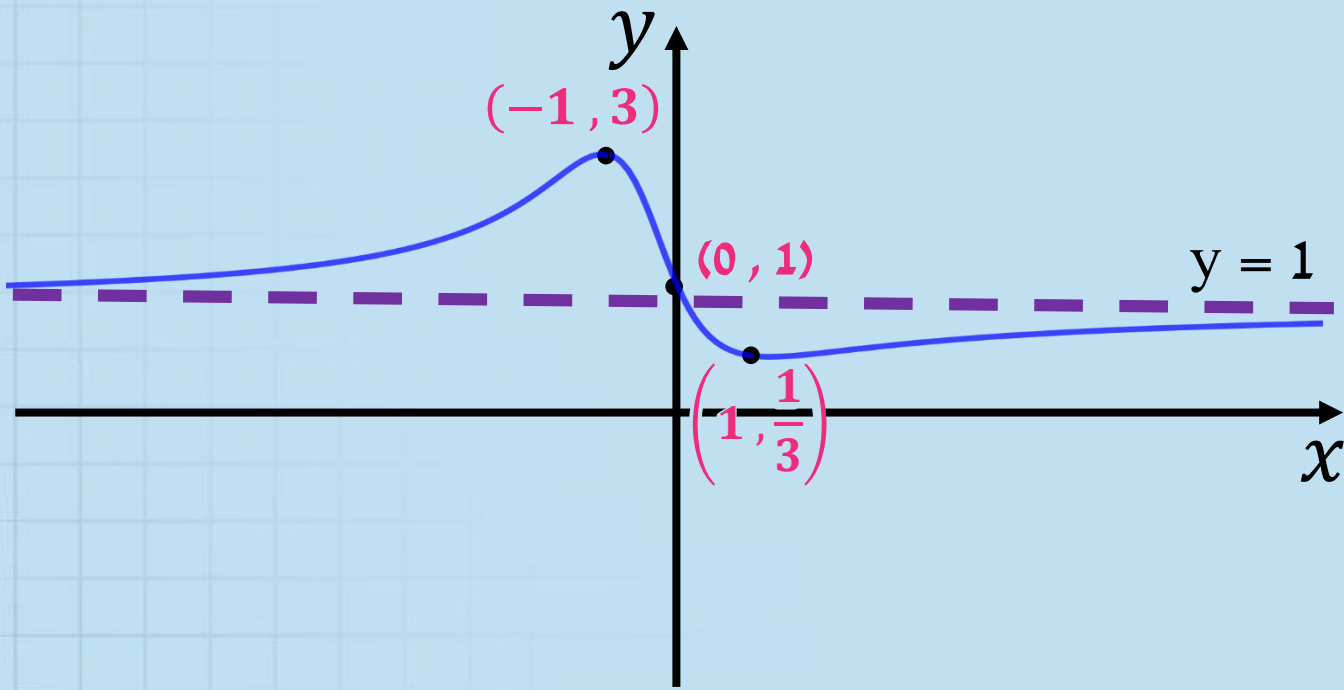
מינימום $(1, \frac{1}{3})$

תחומי עלייה: $x < -1$ או $x > 1$

תחומי ירידה: $-1 < x < 1$

חיתוך עם הצירים $(0, 1)$

אסימפטוטה אופקית $y = 1$



בהצלחה