

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = \left[ 3x^3 + x^2 + 4x + C \right]_0^3 = 102$$

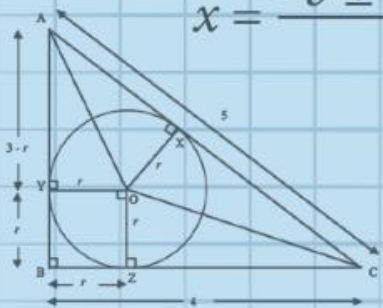
$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\int_a^b f(x) dx$$



# פתרון תרגיל עלייה וירידה -

## פונקציות עם שורשים מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'-2

481, עמ' 103, ת. 26

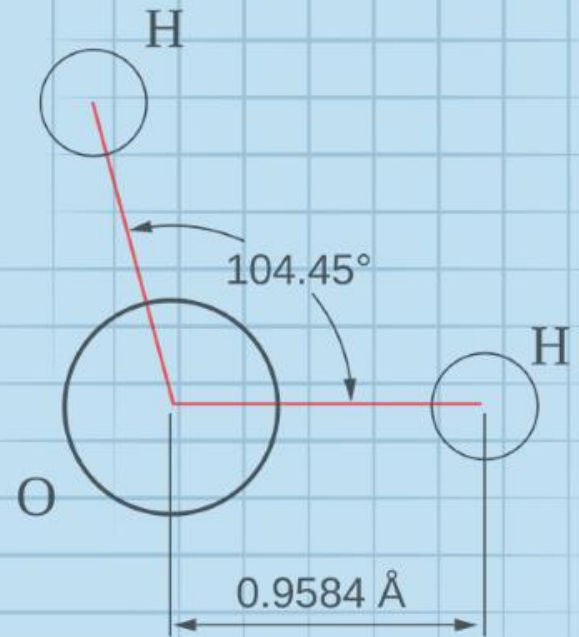
המצגת נערכה ע"י עומרי נווה  
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{כל הסלע}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[ \gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



# השאלה

(26) נתונה הפונקציה  $y = \frac{x+a}{\sqrt{x^2+3}}$ ,  $a > 0$ .

- א. הבע באמצעות  $a$  את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ב. נתון שהמרחק בין שתי נקודות החיתוך הנ"ל הוא  $\sqrt{12}$ . מצא את  $a$ .
- ג. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ו. הוכח על סמך התוצאות של סעיפים ג' ו-ד' שלכל  $x$  מתקיים אי השוויון  $\frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}} \leq 2$ .

נתונה הפונקציה  $y = \frac{x+a}{\sqrt{x^2+3}}$ ,  $a > 0$ . א. הבע באמצעות  $a$  את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

## פתרון

$$\underline{x = 0}$$

$$y = \frac{0 + a}{\sqrt{0^2 + 3}}$$

$$y = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$\left(0, \frac{a}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\underline{y = 0}$$

$$\frac{x + a}{\sqrt{x^2 + 3}} = 0$$

$$x = -a$$

$$(-a, 0)$$

נתונה הפונקציה  $y = \frac{x+a}{\sqrt{x^2+3}}$ ,  $a > 0$ . ב. נתון שהמרחק בין שתי נקודות החיתוך הנ"ל הוא  $\sqrt{12}$ . מצא את  $a$ .

## פתרון

$$(-a, 0)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$(0, \frac{a}{\sqrt{3}})$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{(0 + a)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{3}} - 0\right)^2}$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{3}}$$

נתונה הפונקציה  $y = \frac{x+a}{\sqrt{x^2+3}}$ ,  $a > 0$ . ב. נתון שהמרחק בין שתי נקודות החיתוך הנ"ל הוא  $\sqrt{12}$ . מצא את  $a$ .

## פתרון

$$(-a, 0)$$

$$(0, \frac{a}{\sqrt{3}})$$

$$\sqrt{12} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{3}} \longrightarrow \sqrt{3^2 + \frac{3^2}{3}} = \sqrt{12}$$

$$12 = 1 \frac{1}{3} a^2 \quad /: 1 \frac{1}{3}$$

$$a^2 = 9 \longrightarrow a_1 = 3 \quad a_2 = -3$$

נתונה הפונקציה  $y = \frac{x+a}{\sqrt{x^2+3}}$ ,  $a > 0$ . ג. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

---

## פתרון

$$x^2 + 3 > 0$$

אי-שיוויון זה נכון לכל  $x$

תחום ההגדרה: הפונקציה מוגדרת לכל  $x$

נתונה הפונקציה  $y = \frac{x+a}{\sqrt{x^2+3}}$ ,  $a > 0$ .  $\therefore$  מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.

## פתרון

$$y' = \frac{1 \cdot \sqrt{x^2+3} - (x+3) \cdot \frac{2x}{2\sqrt{x^2+3}}}{(\sqrt{x^2+3})^2} = \frac{\sqrt{x^2+3} - \frac{x(x+3)}{\sqrt{x^2+3}}}{(x^2+3)}$$

$$= \frac{\frac{x^2+3 - x(x+3)}{\sqrt{x^2+3}}}{(x^2+3)} = \frac{\frac{x^2+3 - x^2 - 3x}{\sqrt{x^2+3}}}{(x^2+3)} = \frac{3-3x}{(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}$$

נתונה הפונקציה  $y = \frac{x+a}{\sqrt{x^2+3}}$ ,  $a > 0$ .  $\Delta$  מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.

## פתרון

$$y' = \frac{3 - 3x}{(x^2 + 3)\sqrt{x^2 + 3}}$$

$$y' = 0$$

$$3 - 3x = 0 \quad /+3x$$

$$3 = 3x \quad /:3$$

$$x = 1$$

$$y = \frac{1 + 3}{\sqrt{1 + 3}} = \frac{4}{\sqrt{4}}$$

$$y = 2$$

$$(1, 2)$$



נתונה הפונקציה  $y = \frac{x+a}{\sqrt{x^2+3}}$ ,  $a > 0$ .  $\tau$  מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.

## פתרון

$$y' = \frac{3 - 3x}{(x^2 + 3)\sqrt{x^2 + 3}}$$

x	0	1	2
y'	+	0	-
y			

מקסימום (1, 2)

מכיוון שמכנה הנגזרת תמיד חיובי, ניתן להציב את  $x$  רק במונה לשם קביעת סימן הנגזרת.

$$x = 0$$

$$3 - 3 \cdot 0 = 3 > 0$$

$$x = 2$$

$$3 - 3 \cdot 2 = -3 < 0$$

נתונה הפונקציה  $y = \frac{x+a}{\sqrt{x^2+3}}$ ,  $a > 0$ . ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

## פתרון

$$y' = \frac{3 - 3x}{(x^2 + 3)\sqrt{x^2 + 3}}$$

x	0	1	2
y'	+	0	-
y			

תחום ירידה:

$$1 < x$$

תחום עלייה:

$$x < 1$$

נתונה הפונקציה  $y = \frac{x+a}{\sqrt{x^2+3}}$  ,  $a > 0$

ו. הוכח על סמך התוצאות של סעיפים ג' ו-ד' שלכל  $x$  מתקיים אי השוויון  $\frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}} \leq 2$

## פתרון

$$y' = \frac{3 - 3x}{(x^2 + 3)\sqrt{x^2 + 3}}$$

לפונקציה יש נקודת מקסימום בנקודה (1,2)



הערך המקסימלי של הפונקציה הוא 2



ביטוי הפונקציה תמיד יהיה קטן או שווה ל-2

# בהצלחה