# פתרון תרגיל

## עלייה וירידה פונקציות עם שורשים

## מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 103, ת. 23

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

# השאלה

**23)** נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-$x$.

ג. הראה שהפונקציה יורדת בתחום $0 < x < 4$.

ד. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

ה. נתון שהפונקציה $f(x)$ היא **הנגזרת** של פונקציה $g(x)$, כלומר $g'(x) = f(x)$.
מצא את שיעור ה-$x$ של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.

ו. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

## פתרון

$$f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

**תחום ההגדרה:** $x > 0$

ב. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

# פתרון

$$f(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f(x)=0$$

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}=0\ /+\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{\sqrt{x}}\ /(\quad)^2$$

$$\boldsymbol{x>0}$$

$$\frac{1}{x^2}=\frac{1}{x}\ /\cdot x^2$$

$$1=x$$

$$f(1)=\frac{1}{1}-\frac{1}{\sqrt{1}}=0\ \checkmark$$

$$\boldsymbol{(1,0)}$$

ג. הראה שהפונקציה יורדת בתחום $0 < x < 4$.

# פתרון

$$\boldsymbol{x > 0}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{0 \cdot \sqrt{x} - 1 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}$$

ג. הראה שהפונקציה יורדת בתחום $0 < x < 4$.

# פתרון

$$f(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{2x\sqrt{x}}$$

$$f'(x)=0$$

$$-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{2x\sqrt{x}}=0 \quad /+\frac{1}{x^2}$$

$\boldsymbol{x>0}$

$$\frac{1}{2x\sqrt{x}}=\frac{1}{x^2} \quad /\cdot 2x^2\sqrt{x}$$

$$x=2\sqrt{x} \quad /(\quad)^2$$

$$x^2=4x$$

$$x^2-4x=0$$

$$x(x-4)=0$$

$$\cancel{x_1=0}$$

$$x_2=4$$

ג. הראה שהפונקציה יורדת בתחום $0 < x < 4$.

# פתרון

$\boldsymbol{x > 0}$ $\quad x = 4$

מכיוון שבין 0 ל- 4 אין עוד נקודות חשודות
לקיצון, הפונקציה בהכרח יורדת או עולה
בכל תחום זה.

$$f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{2x\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = 0$$

$$f'(1) = -\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2 \cdot 1\sqrt{1}}$$

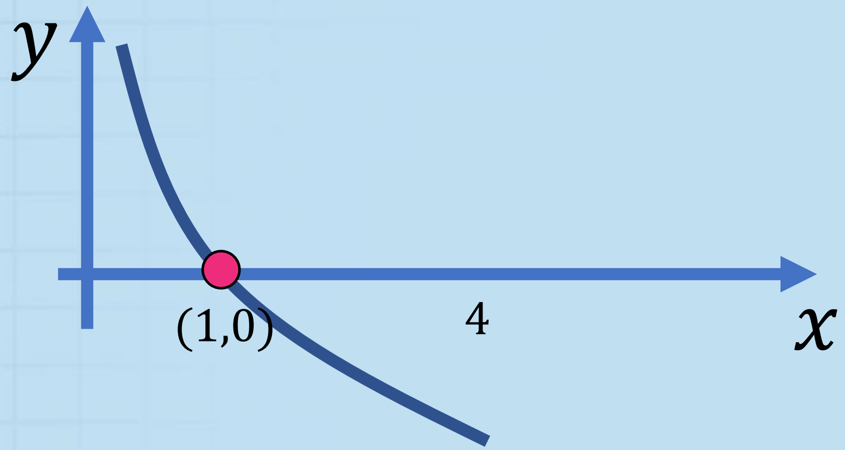
$$f'(1) = -1 + \frac{1}{2} < 0$$

**בתחום $0 < x < 4$ הפונקציה יורדת**

ד. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

## פתרון

$x > 0$




נקודת חיתוך עם ציר ה-$x$ : $(1,0)$

בתחום $4 < x < 0$ הפונקציה יורדת

מצאנו רק נקודת חיתוך אחת עם ציר ה- $x$ ולכן אין נקודת חיתוך נוספת עם ציר ה-$x$.

כלומר, גם כאשר $x > 4$ הפונקציה תמשיך להיות שלילית.

**תחום חיוביות: $0 < x < 1$** **תחום שליליות: $x > 1$**

ה. נתון שהפונקציה $f(x)$ היא **הנגזרת** של פונקציה $g(x)$, כלומר $g'(x) = f(x)$.
מצא את שיעור ה-$x$ של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.

# פתרון

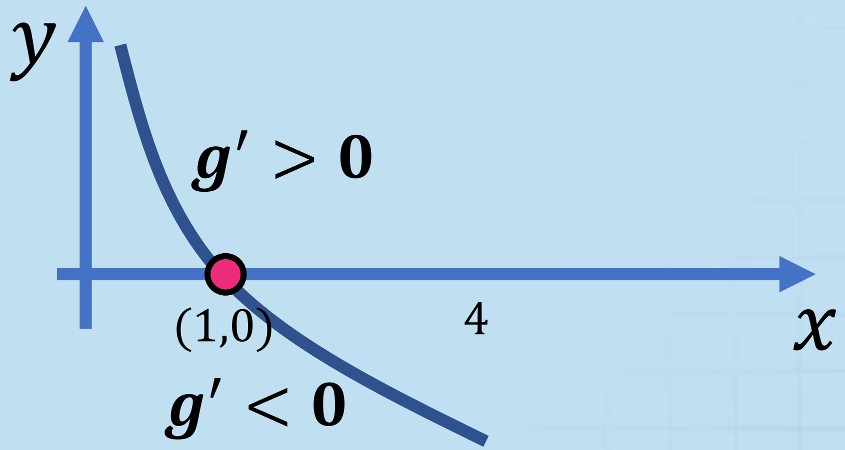
$$g'(x) = f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$g'(x) = 0$$

$$f(x) = 0$$

$x = 1$ יש נקודת קיצון

מקסימום



ו. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

# פתרון

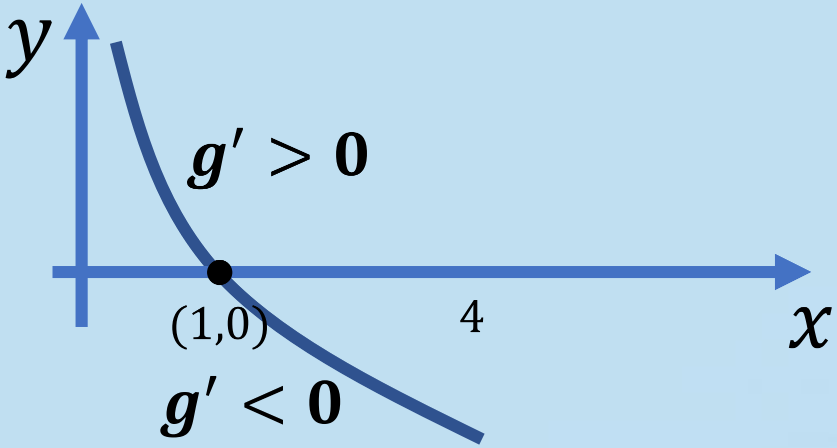
$x = 1$

מקסימום

$$g'(x) = f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$g'(x) = 0$$

$$f(x) = 0$$




**תחום עלייה:** $0 < x < 1$ **תחום ירידה:** $x > 1$

בהצלחה