פתרון תרגיל

נקודות קיצון פנימיות – פונקציות עם שורשים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 99, ת. 35

השאלה

35) לגרף הפונקציה $y=\frac{2\sqrt{x}}{x+a}$ $(a\neq 0)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה-y שלה הוא 1.

א. מצא את a ואת שיעור ה-x של נקודת הקיצון.

ב. קבע את סוג נקודת הקיצון.

ג. הנקודה $(b,\frac{1}{2}\sqrt{b})$ נמצאת על גרף הפונקציה. מצא את b.

35) לגרף הפונקציה $y=\frac{2\sqrt{x}}{x+a}$ $(a \neq 0)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה-y שלה הוא 1.

א. מצא את a ואת שיעור ה-x של נקודת הקיצון.

פתרון

$$y' = \frac{\cancel{2} \cdot \frac{1}{\cancel{2}\sqrt{x}}(x+a) - 2\sqrt{x} \cdot 1}{(x+a)^2} = \frac{\frac{(x+a)}{\sqrt{x}} - 2\sqrt{x}}{(x+a)^2} = \frac{\frac{x+a-2x}{\sqrt{x}}}{(x+a)^2}$$

$\sqrt{x}/\cdot$

$$= \frac{a-x}{\sqrt{x}(x+a)^2}$$

$$\boxed{\left\{\frac{\frac{1}{4}}{2} = \frac{1}{8} = \frac{1}{2\cdot 4}\right\}}$$

35) לגרף הפונקציה $y=\frac{2\sqrt{x}}{x+a}$ $(a \neq 0)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה-y שלה הוא 1.
א. מצא את a ואת שיעור ה-x של נקודת הקיצון.

פתרון

$$y'=\frac{a-x}{\sqrt{x}(x+a)^2}$$

$$y'=0$$

$$x=a \longrightarrow x=1$$

$$y=\frac{2\sqrt{a}}{a+a}=\frac{\cancel{2}\sqrt{a}}{\cancel{2}a}=\frac{\sqrt{a}}{a}$$

$$y=1$$

$$\frac{\sqrt{a}}{a}=1$$

$$\frac{\cancel{\sqrt{a}}}{\sqrt{a}\cdot\cancel{\sqrt{a}}}=1$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}}=1 \quad /\cdot\sqrt{a}$$

$$\sqrt{a}=1$$

$$a=1$$

35) לגרף הפונקציה $y = \frac{2\sqrt{x}}{x+a}$ $(a \neq 0)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה-y שלה הוא 1.

א. מצא את a ואת שיעור ה-x של נקודת הקיצון.

פתרון

$$y = \frac{2\sqrt{1}}{1+1} = \frac{2}{2} = 1 \checkmark$$

$$y' = \frac{1-x}{\sqrt{x}(x+1)^2}$$

$$y' = \frac{1-1}{\sqrt{1}(1+1)^2} = 0 \checkmark$$

$$\boldsymbol{x = 1} \qquad \boldsymbol{a = 1}$$

35) לגרף הפונקציה $y=\frac{2\sqrt{x}}{x+a}$ $(a\neq 0)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה-y שלה הוא 1.

ב. קבע את סוג נקודת הקיצון.

פתרון

$$y'=\frac{1-x}{\sqrt{x}(x+1)^2}$$

*סימן המכנה של הנגזרת תמיד חיובי

$$y''(\text{מונה})=-1\ <0$$

$$\Downarrow$$

(1,1) מקסימום

ג. הנקודה $(b, \frac{1}{2}\sqrt{b})$ נמצאת על גרף הפונקציה. מצא את b.

פתרון

$$y = \frac{2\sqrt{x}}{x+1}$$

$$0.5\sqrt{b} = \frac{2\sqrt{b}}{b+1} \quad / \cdot (b+1)$$

$$0.5\sqrt{b}(b+1) = 2\sqrt{b} \quad / -2\sqrt{b}$$

$$0.5\sqrt{b}(b+1) - 2\sqrt{b} = 0$$

$$\sqrt{b}[0.5(b+1) - 2] = 0$$

$$\sqrt{b}[0.5b + 0.5 - 2] = 0$$

$$\sqrt{b}[0.5b - 1.5] = 0$$

$$\boldsymbol{b_1 = 0} \qquad \boldsymbol{b_2 = 3}$$

בהצלחה