פתרון תרגיל

נקודות קיצון פנימיות – פונקציות עם שורשים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 97, ת. 11

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

השאלה

מצא את נקודות הקיצון (הפנימיות) של הפונקציות הבאות:

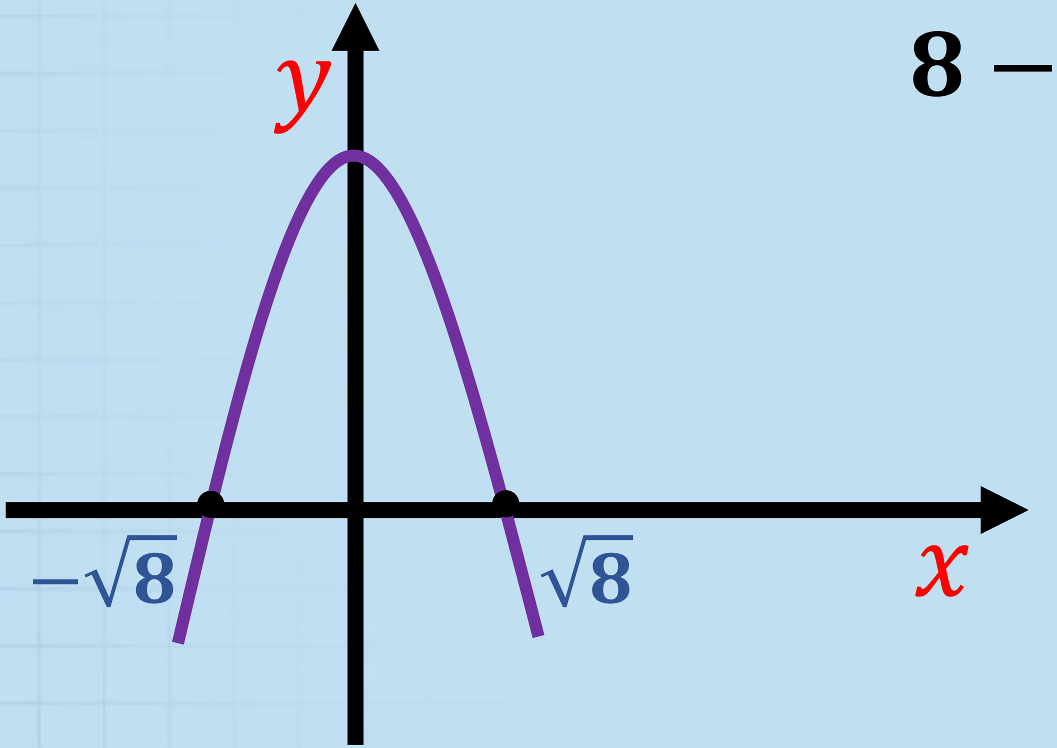
11) $$y = x\sqrt{8-x^2}$$

מצא את נקודות הקיצון (הפנימיות) של הפונקציות הבאות:

11) $y = x\sqrt{8-x^2}$

פתרון

נמצא את תחום ההגדרה של הפונקציה:



$$\mathbf{8 - x^2 \geq 0}$$

שורשי המשוואה $8 - x^2 = 0$ הם:

$x_1 = \sqrt{8}$ ו- $x_2 = -\sqrt{8}$

$(\sqrt{8} = 2.82)$

הפרבולה $y = 8 - x^2$

היא אי-שלילית עבור $-\sqrt{8} \leq x \leq \sqrt{8}$

מצא את נקודות הקיצון (הפנימיות) של הפונקציות הבאות:

11) $y = x\sqrt{8-x^2}$

פתרון

תחום הגדרה: $-\sqrt{8} \le x \le \sqrt{8}$

$$\boxed{(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'}$$

$$y' = 1 \cdot \sqrt{8-x^2} + x \cdot \frac{-\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{8-x^2}}$$

$/\cdot \sqrt{8-x^2}$

$$y' = \sqrt{8-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{8-x^2}}$$

$$y' = \frac{8-x^2-x^2}{\sqrt{8-x^2}}$$

$$y' = \frac{8-2x^2}{\sqrt{8-x^2}}$$

$$y' = 0$$

$$8-2x^2 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$4-x^2 = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 2$$

מצא את נקודות הקיצון (הפנימיות) של הפונקציות הבאות:

11) $y = x\sqrt{8-x^2}$

פתרון

תחום הגדרה: $-\sqrt{8} \le x \le \sqrt{8}$

$$y' = \frac{8-2x^2}{\sqrt{8-x^2}}$$

$$\boldsymbol{x_1 = -2}$$

$$y' = \frac{8-2\cdot(-2)^2}{\sqrt{8-(-2)^2}}$$

$$\boldsymbol{y' = 0} \checkmark$$

$$\boldsymbol{x_2 = 2}$$

$$y' = \frac{8-2\cdot 2^2}{\sqrt{8-2^2}}$$

$$\boldsymbol{y' = 0} \checkmark$$

מצא את נקודות הקיצון (הפנימיות) של הפונקציות הבאות:

11) $y = x\sqrt{8-x^2}$

פתרון

תחום הגדרה: $-\sqrt{8} \le x \le \sqrt{8}$

$$y' = \frac{8-2x^2}{\sqrt{8-x^2}}$$

$x_1 = -2$ $\quad$ $x_2 = 2$

$$y_1 = -2\sqrt{8-(-2)^2}$$
$$y_1 = -2\sqrt{8-4}$$
$$y_1 = -2 \cdot \sqrt{4}$$
$$y_1 = -2 \cdot 2 = -4$$
$(-2, -4)$

$$y_2 = 2\sqrt{8-2^2}$$
$$y_2 = 2\sqrt{8-4}$$
$$y_2 = 2 \cdot \sqrt{4}$$
$$y_2 = 2 \cdot 2 = 4$$
$(2, 4)$

מצא את נקודות הקיצון (הפנימיות) של הפונקציות הבאות:

11) $y = x\sqrt{8-x^2}$

תחום הגדרה: $-\sqrt{8} \le x \le \sqrt{8}$

פתרון

$$y' = \frac{8-2x^2}{\sqrt{8-x^2}}$$

מכיוון שמכנה הנגזרת תמיד חיובי,
ניתן להציב את x רק במונה לשם קביעת סימן
הנגזרת.

x	-2.5	-2	0	2	2.5
y'	−	0	+	0	
y	↘		↗		

$x = -2.5$ $\quad 8 - 2\cdot(-2.5)^2 = -4.5 < 0$

$x = 0$ $\quad 8 - 2\cdot 0^2 = 8 > 0$

מצא את נקודות הקיצון (הפנימיות) של הפונקציות הבאות:

11) $y = x\sqrt{8-x^2}$

תחום הגדרה: $-\sqrt{8} \le x \le \sqrt{8}$

פתרון

$$y' = \frac{8-2x^2}{\sqrt{8-x^2}}$$

מכיוון שמכנה הנגזרת תמיד חיובי,
ניתן להציב את x רק במונה לשם קביעת סימן
הנגזרת.

x	-2.5	-2	0	2	2.5
y'	−	0	+	0	
y	↘		↗		↘

$x = 2.5$

$8 - 2 \cdot (2.5)^2 = -4.5 < 0$

מקסימום $(2, 4)$

מינימום $(-2, -4)$

בהצלחה