הקנייה

משוואות ואי שוויונים פשוטים עם שורשים

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 85–86

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

הקנייה

משוואות עם שורשים

בסעיף זה נדון בקיצור בפתרון **משוואות עם שורשים** ובפתרון **אי שוויונים פשוטים עם שורשים** (אי שוויונים אי רציונאליים) כהכנה לפתרון בעיות הכוללות פונקציות עם שורשים בחשבון הדיפרנציאלי והאינטגרלי.

נזכיר תחילה את שתי הזהויות הבאות, שהן בעצם אותה זהות:

$$\boxed{\sqrt{x}\cdot\sqrt{x} = x} \quad (x \geq 0) \qquad\qquad \boxed{\frac{x}{\sqrt{x}} = \sqrt{x}} \quad (x > 0)$$

נוסף לכך נכונות גם זהויות כמו $\sqrt{x^2+1}\cdot\sqrt{x^2+1} = x^2+1$ וכו'.

הקנייה

לפני שנביא דוגמא לפתרון משוואה עם שורשים נדגיש שלמדנו כבר על פתרון משוואות עם שורשים כאשר למדנו על **משוואות אי רציונאליות**. (ראה בספר **מתמטיקה חלק א'**). נזכיר שוב שאם בפתרון משוואה כזאת מתקבל "פתרון" ש**הצבתו** במשוואה **המקורית** גורמת למספר **שלילי** בתוך השורש אז יש **לבטלו**.

הקנייה

דוגמא א':

פתור את המשוואה $x-\sqrt{2-x^2}=0$.

פתרון:

נעביר את הביטוי עם השורש לאגף ימין ונקבל $x=\sqrt{2-x^2}$.

עכשיו **נעלה בריבוע** את שני אגפי המשוואה.

נקבל $2-x^2=\left(\sqrt{2-x^2}\right)^2=x^2$, לכן $2=2x^2$,

כלומר $1=x^2$ והפתרונות הם $x_1=1$, $x_2=-1$.

אולם **הצבה** של פתרונות אלה במשוואה המקורית $x-\sqrt{2-x^2}=0$

מראה שרק **הפתרון** $x_1=1$ מקיים אותה (למרות ש- -1 לא גורם למספר שלילי בתוך השורש).

כלומר הפתרון היחיד של המשוואה הוא $x=1$.

הקנייה

הערה:
כפי שכבר ראינו, הסיבה שהתקבל בדוגמא האחרונה פתרון שאינו מתאים למשוואה המקורית היא פעולת ההעלאה בריבוע שביצענו. נחזור ונדגיש את המסקנה הבאה:

מסקנה – בכל מקרה שמעלים בריבוע את שני האגפים של משוואה צריך לבדוק כל פתרון, ע״י הצבה במשוואה המקורית, אם הוא מקיים את המשוואה המקורית שלפני ההעלאה בריבוע. פתרון שלא מקיים את המשוואה המקורית הוא כמובן לא פתרון ויש לבטלו.

בהצלחה