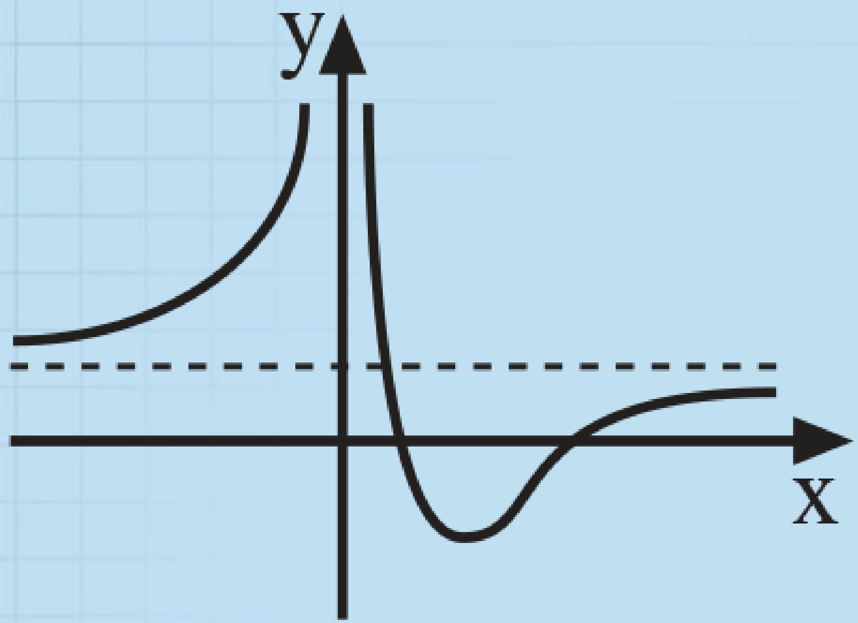
פתרון תרגיל

חקירת פונקציה- פונקציות רציונאליות

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'-2

481 , עמ' 53, ת. 3

השאלה



3) בציור מתואר גרף הפונקציה $y = \frac{3x^2-8x+4}{x^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

ה. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

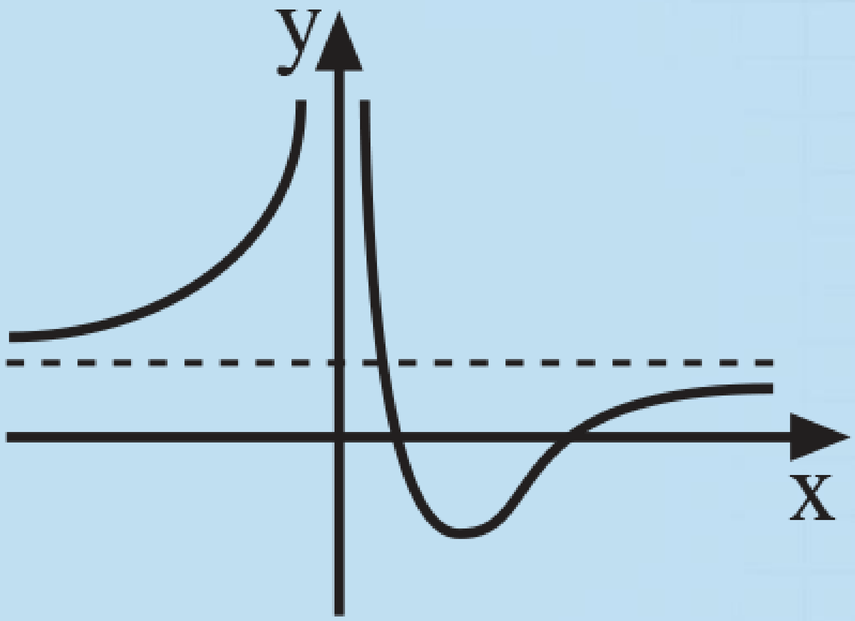
ו. מצא את התחום שבו הפונקציה שלילית.

ז. מצא את התחום שבו הפונקציה שלילית וגם הנגזרת שלה שלילית.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

פתרון

$$y=\frac{3x^2-8x+4}{x^2}$$



המכנה שווה לאפס כאשר $x=0$

ולכן תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$

ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.

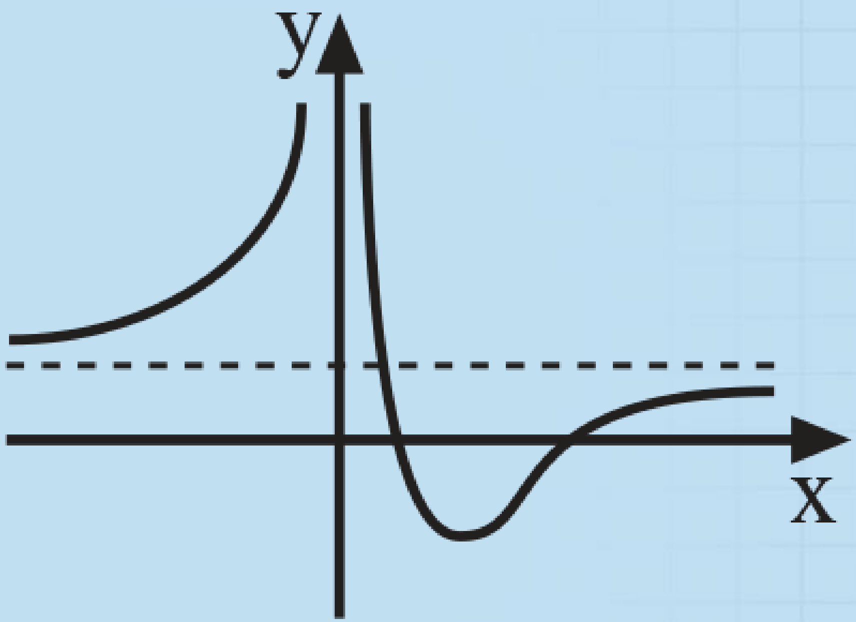
פתרון

$$y = \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2}$$

$$y' = \frac{(6x - 8) \cdot x^2 - (3x^2 - 8x + 4) \cdot 2x}{(x^2)^2}$$

$$y' = \frac{6x^3 - 8x^2 - 6x^3 + 16x^2 - 8x}{x^4}$$

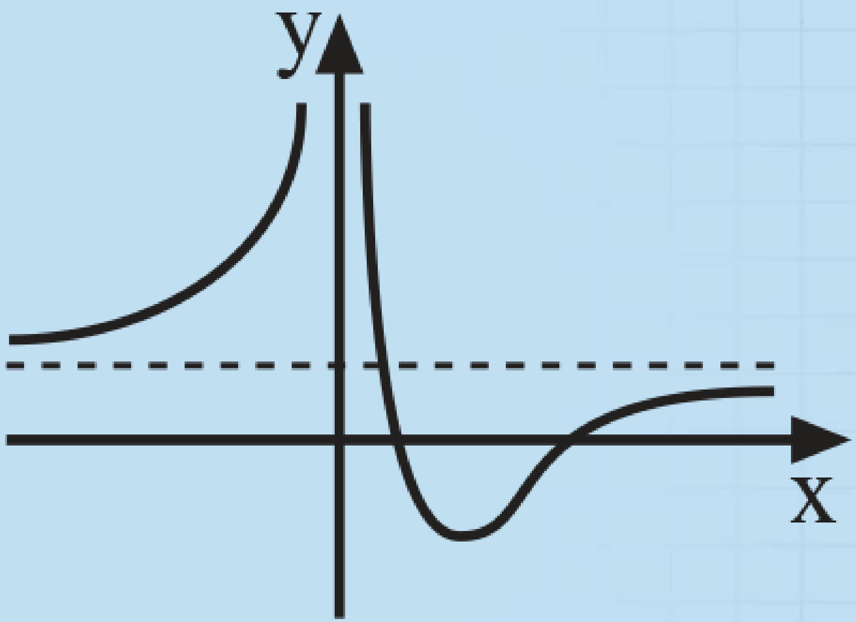
$$y' = \frac{8x^2 - 8x}{x^4} = \frac{8x(x - 1)}{x^4}$$



ב.   מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.

פתרון

$$y = \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2}$$



$$y' = \frac{8x(x-1)}{x^4}$$

$$y' = 0$$

$$0 = 8x(x-1)$$

$$\cancel{x_1 = 0} \qquad x_2 = 1$$

ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.

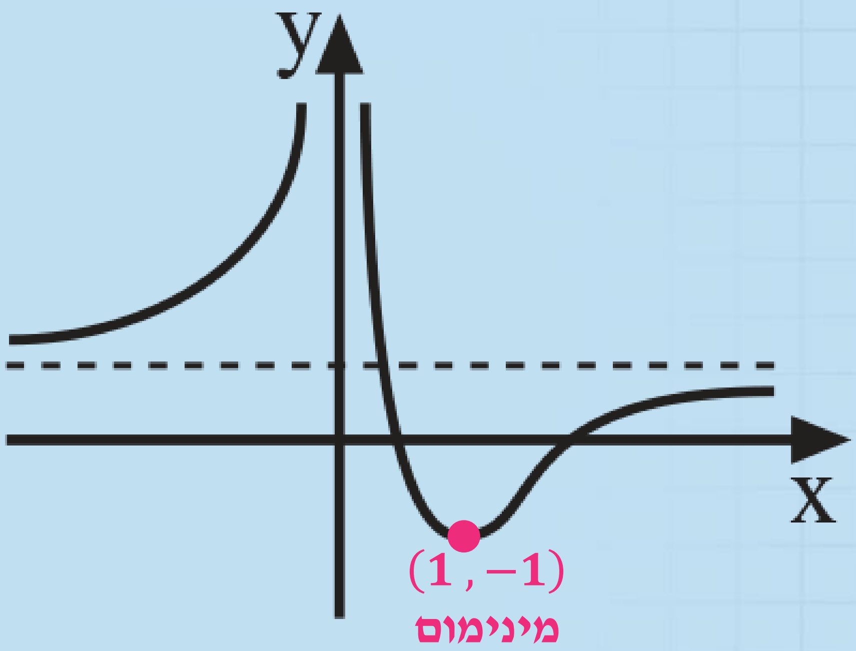
פתרון

$$y = \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2}$$

$$y' = \frac{8x(x-1)}{x^4}$$

$$x = 1$$

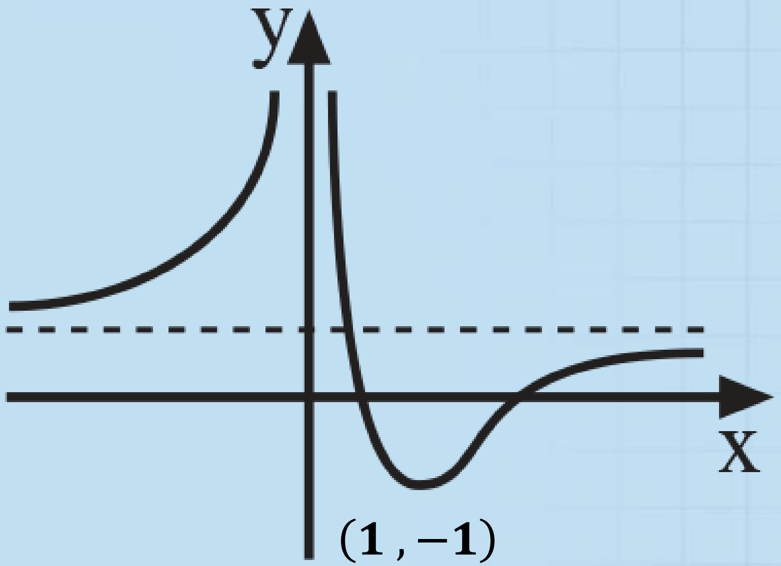
$$y = \frac{3 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 + 4}{1^2} = -1$$



ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

פתרון

$$y = \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2}$$



נוכל לכתוב את תחומי העלייה והירידה
על-פי הגרף הנתון ונקודות הקיצון:

תחומי עלייה:

$x < 0$ או $1 < x$

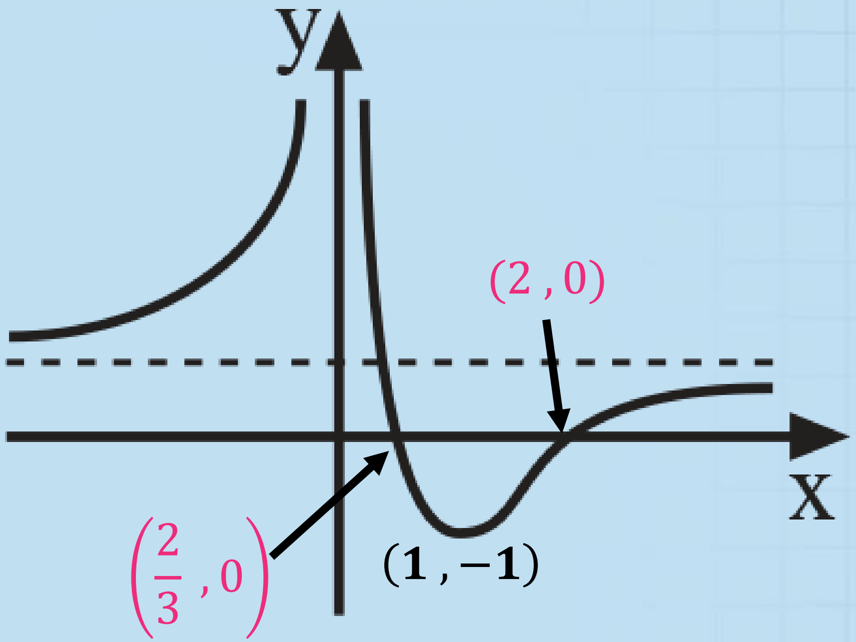
תחומי ירידה:

$0 < x < 1$

ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

פתרון

$$y = \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2}$$



הפונקציה לא מוגדרת עבור x = 0

$$y = 0$$

$$\frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 8x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = \frac{2}{3}$$

ה. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

פתרון

$$y = \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2}$$

מכיוון שתחום ההגדרה של הפונקציה הוא $x \neq 0$

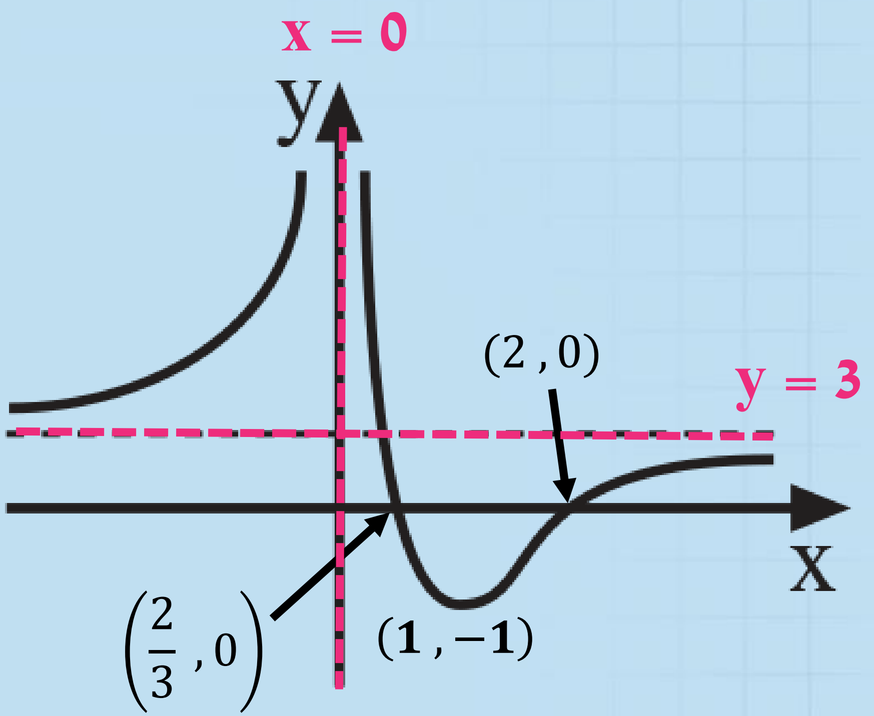
ומפני ש- $x = 0$ אינו מאפס גם את המונה,

האסימפטוטה האנכית של הפונקציה היא $x = 0$

החזקה הגבוהה ביותר במונה היא x^2 והמקדם הוא 3

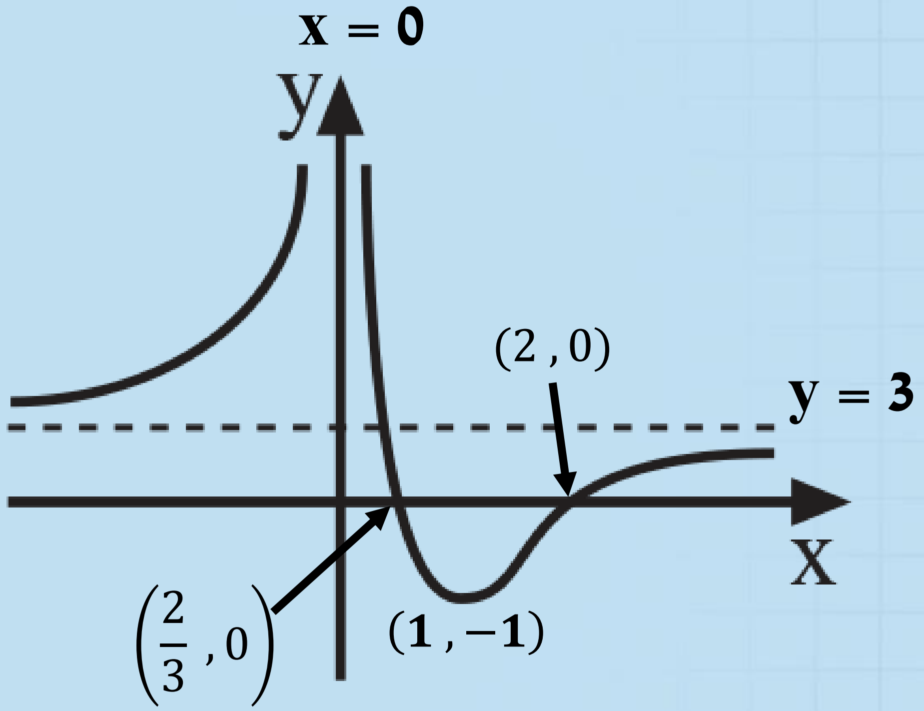
החזקה הגבוהה ביותר במכנה היא x^2 והמקדם הוא 1

לכן **האסימפטוטה האופקית** היא $y = \frac{3}{1}$ כלומר הישר $y = 3$



ו. מצא את התחום שבו הפונקציה שלילית.

פתרון



נוכל לכתוב את תחום
השליליות על-פי הגרף הנתון :

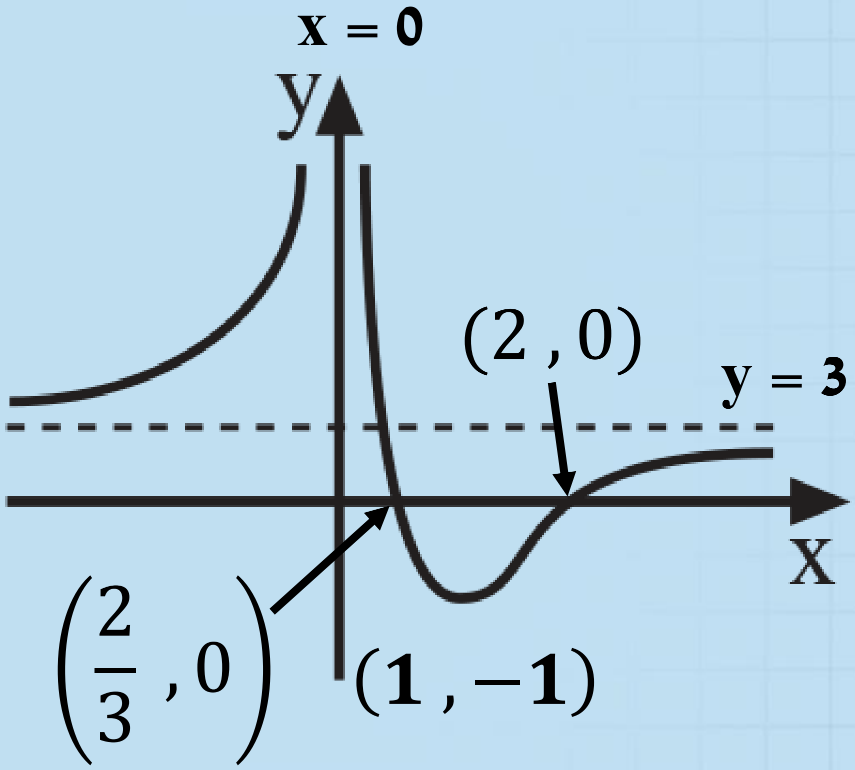
תחומי שליליות:

$$\frac{2}{3} < x < 2$$

ז. מצא את התחום שבו הפונקציה שלילית וגם הנגזרת שלה שלילית.

פתרון

$$y = \frac{3x^2 - 8x + 4}{x^2}$$



נוכל לכתוב את התחום על-פי הגרף הנתון :

תחומי שליליות הפונקציה :

$$\frac{2}{3} < x < 2$$

תחומי שליליות הנגזרת (ירידה של הפונקציה) :

$$0 < x < 1$$

התחום המשותף: $\frac{2}{3} < x < 1$

בהצלחה