פתרון תרגיל

נקודות קיצון – פונקציות רציונאליות

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 33, ת. 34

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

השאלה

הבע באמצעות a $(a > 0)$ את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות וקבע את סוגן :

34) $$y = x + \frac{4a^2}{x}$$

הבע באמצעות a $(a > 0)$ את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות וקבע את סוגן: $y = x + \frac{4a^2}{x}$

פתרון

$$y = x + \frac{4a^2}{x}$$

$$y' = 1 - \frac{4a^2}{x^2}$$

$$\boxed{\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}}$$

$$y' = 0$$

$$0 = 1 - \frac{4a^2}{x^2} \quad /+\frac{4a^2}{x^2}$$

$$1 = \frac{4a^2}{x^2} \quad /\cdot x^2$$

$$x^2 = 4a^2$$

$$x_1 = 2a \qquad\qquad x_2 = -2a$$

$$y = 2a + \frac{4a^2}{2a} \qquad\qquad y = -2a + \frac{4a^2}{-2a}$$

$$y = 4a \qquad\qquad y = -4a$$

$$(2a\,,4a) \qquad\qquad (-2a\,,-4a)$$

הבע באמצעות a ‏$(a > 0)$ את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות וקבע את סוגן: $y = x + \frac{4a^2}{x}$

פתרון

$$y' = 1 - \frac{4a^2}{x^2}$$

x	$-3a$	$-2a$	$-a$	0	a	2a	$3a$
y'	+	0	−		−	0	+
y	↗		↘		↘		↗

מינימום $(2a\ ,4a)$

מקסימום $(-2a\ ,-4a)$

$$y'(-3a) = 1 - \frac{4a^2}{(-3a)^2} = 1 - \frac{4a^2}{9a^2} = 1 - \frac{4}{9} > 0 \Rightarrow y'(3a) > 0$$

$$y'(-a) = 1 - \frac{4a^2}{(-a)^2} = 1 - \frac{4a^2}{a^2} = 1 - 4 < 0 \Rightarrow y'(a) < 0$$

בהצלחה