פתרון תרגיל

נקודות קיצון – פונקציות רציונאליות

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–2

481 , עמ' 33, ת. 29

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

השאלה

29) לפונקציות $y = x + \frac{a}{x}$ ו-$y = -x^2+ax$ יש נקודת קיצון באותה נקודה.

א. מצא את a ואת נקודת הקיצון.

ב. קבע את סוג הקיצון לגבי כל אחת מהפונקציות.

א. מצא את a ואת נקודת הקיצון.

פתרון

$$y = x + \frac{a}{x}$$

$$y' = 1 - \frac{a}{x^2}$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$0 = 1 - \frac{a}{x^2} \;\; /+\frac{a}{x^2}$$

$$1 = \frac{a}{x^2}$$

$$x^2 = a$$

$$y' = 0$$

$$y = -x^2 + ax$$

$$y' = -2x + a$$

$$0 = -2x + a \;\; /+2x$$

$$2x = a$$

$$x = 0.5a$$

א. מצא את a ואת נקודת הקיצון.

פתרון

$$x^2 = a$$

$$x = 0.5a$$

$$x = 0.5x^2 \ \ /-x$$

$$0 = 0.5x^2 - x$$

$$0 = 0.5x(x-2)$$

$$x_1 = 0 \qquad x_2 = 2$$

$$a = 0 \qquad a = 4$$

א. מצא את a ואת נקודת הקיצון.

פתרון

$$y = -x^2 + ax$$

$$y = x + \frac{a}{x}$$

$$a = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$y = -x^2$$

$$y = x$$

פונקציה קווית - ללא נקודות קיצון

$$a = 4$$

$$x_2 = 2$$

$$y = -x^2 + 4x$$

$$y = 2 + \frac{4}{2}$$

$$y = 2 + \frac{4}{2} = 4$$

$$(2\,,4)$$

ב. קבע את סוג הקיצון לגבי כל אחת מהפונקציות.

פתרון

$$y = -x^2 + 4x$$

$$y' = -2x + 4$$

$$y'' = -2 < 0$$

מקסימום $(2,4)$

$$y = x + \frac{4}{x} \qquad y' = 1 - \frac{4}{x^2}$$

$$y'' = -\frac{0 \cdot x^2 - 4 \cdot 2x}{(x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{4 \cdot 2x}{(x^2)^2}$$

$$y'' = \frac{4 \cdot 2 \cdot 2}{(2^2)^2} > 0$$

מינימום$(2,4)$

בהצלחה