הקנייה

זווית בין משיק למיתר

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–1

481 , עמ' 236–238

המצגת נערכה ע"י עומרי נווה

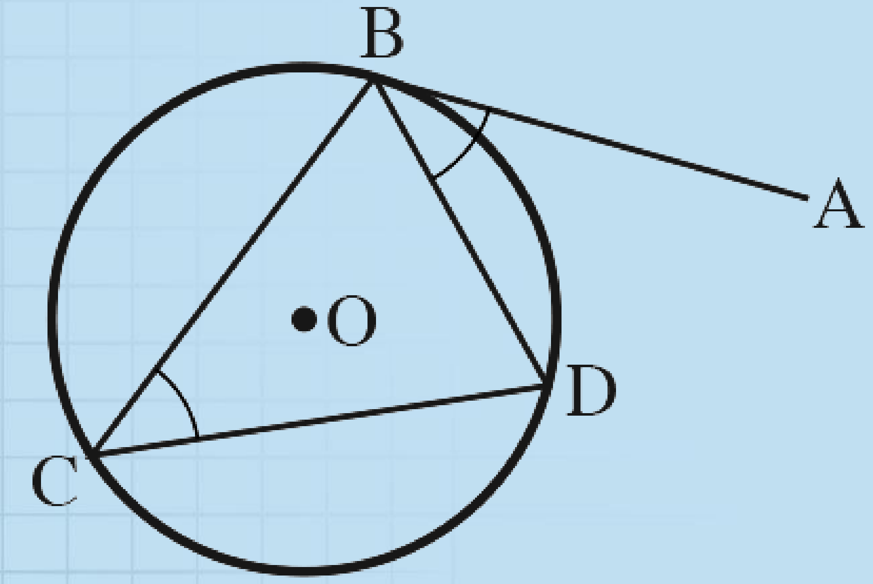
הקנייה

זוית בין משיק למיתר

ננסח ונוכיח משפט נוסף.

משפט:

הזווית בין משיק למיתר במעגל הנפגשים בנקודת ההשקה שווה לזווית ההיקפית הנשענת על המיתר (מצידו השני).



ניסוח הנתונים ומה שצריך להוכיח **בשפה מתמטית:**

מרכז המעגל הוא בנקודה O.

נתון: AB משיק למעגל בנקודה B.

BD הוא מיתר במעגל וזווית BCD היא

זווית היקפית הנשענת על המיתר BD.

צ"ל: $\measuredangle ABD = \measuredangle BCD$.

הקנייה

זוית בין משיק למיתר

הוכחה:

כדי להוכִיח את המשפט נעביר קוטר BE ונחבר את E עם D.

הזויות BCD ו-BED נשענות על אותה הקשת BD ולכן הן שוות

כלומר $\sphericalangle BCD = \sphericalangle BED$.

מכאן שמספיק להוכיח שמתקיים $\sphericalangle ABD = \sphericalangle BED$.

הזוית BDE היא זוית **ישרה** כי היא נשענת על **הקוטר** BE.

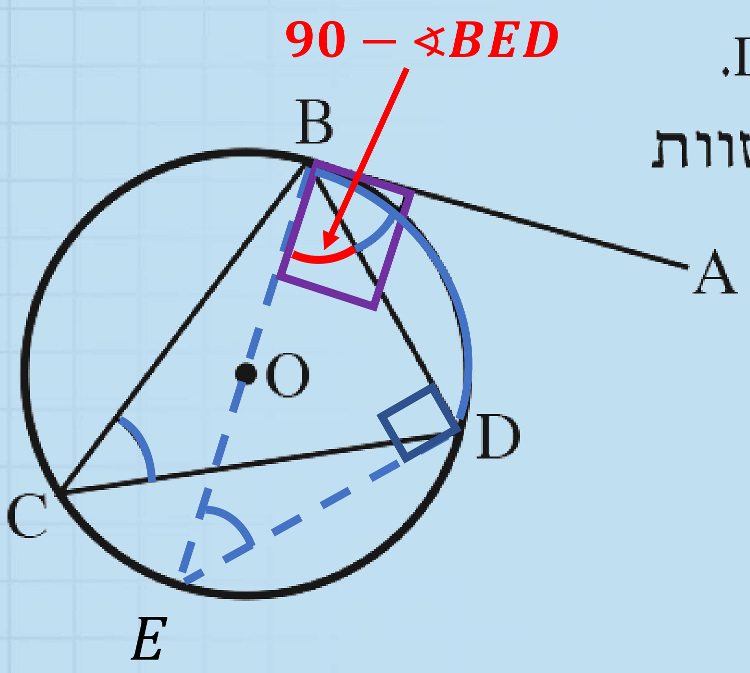
נסתכל במשולש BDE:

לכן $\sphericalangle DBE = 90^o - \sphericalangle BED$.

הזוית ABE היא זוית **ישרה** כי היא זוית בין **משיק לרדיוס** הנפגשים בנקודת ההשקה.

לכן $\sphericalangle ABD = 90^o - \sphericalangle DBE = 90^o - (90^o - \sphericalangle BED) = \sphericalangle BED$.

כלומר קיבלנו $\sphericalangle ABD = \sphericalangle BED$ ולכן $\sphericalangle ABD = \sphericalangle BCD$.



הקנייה

זוית בין משיק למיתר

הערות:

א) היות וזוית היקפית שווה **למחצית** מהזוית המרכזית הנשענת על אותה הקשת

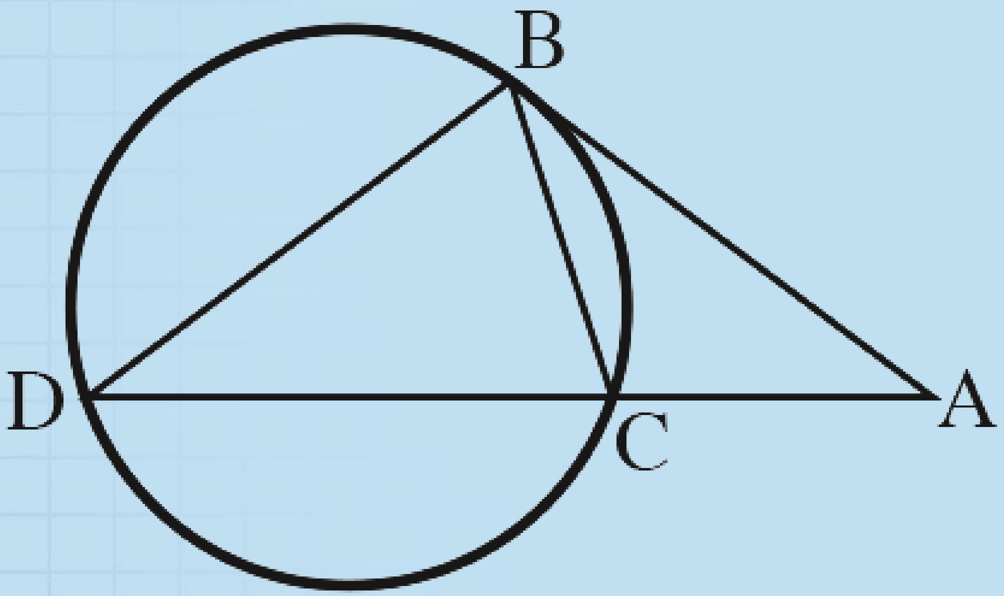
נוכל לנסח:

הזוית בין משיק למיתר במעגל הנפגשים בנקודת ההשקה שווה למחצית מהזוית המרכזית הנשענת על המיתר ולמחצית הקשת המתאימה למיתר.

ב) גם **המשפט ההפוך** למשפט האחרון נכון. (ראה בספר **הנדסה חלק ב׳** תרגיל 13 בעמ׳ 274).

הקנייה

זוית בין משיק למיתר



דוגמא א':

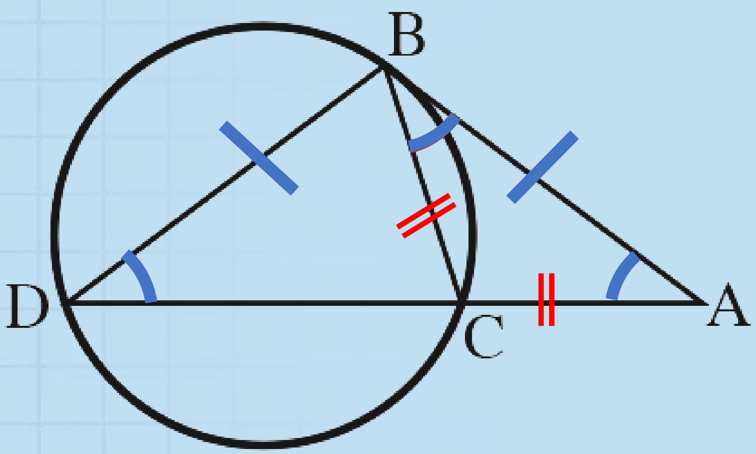
מהנקודה A יוצא משיק למעגל בנקודה B וחותך ACD.

נתון: $AB = DB$.

הוכח: $AC = BC$.

הקנייה

זוית בין משיק למיתר



הוכח: $AC = BC$.

הוכחה:

עפ"י הנתון $AB = DB$ ולכן $\sphericalangle A = \sphericalangle D$.

הזוית ABC היא זוית בין המשיק AB למיתר BC

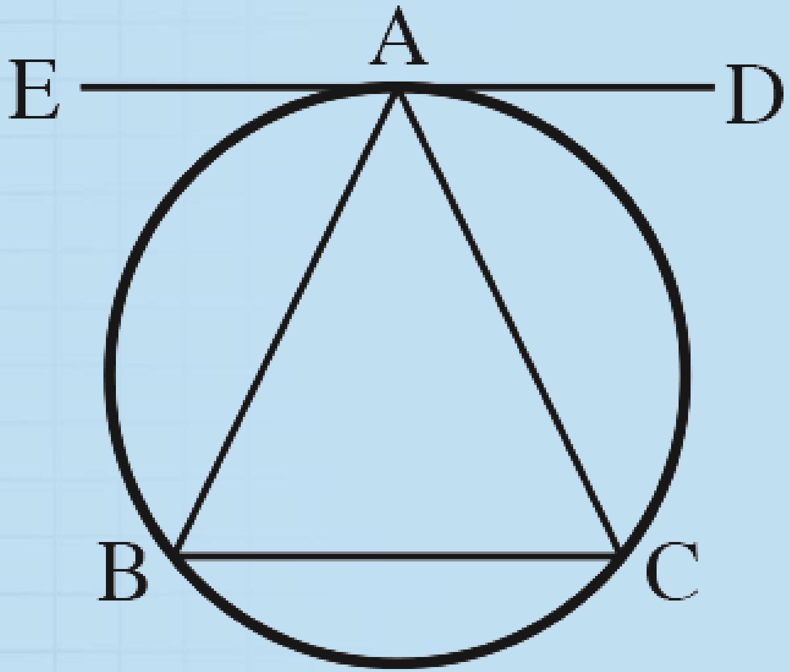
ולכן היא שווה, עפ"י המשפט האחרון,

לזוית D שהיא זוית היקפית הנשענת על המיתר BC,

כלומר $\sphericalangle ABC = \sphericalangle D$.

משני השוויונים שקיבלנו נקבל $\sphericalangle A = \sphericalangle ABC$ ולכן $AC = BC$.

הקנייה



דוגמא ב':

DE משיק למעגל בנקודה A.

הנקודות B ו-C נמצאות על המעגל.

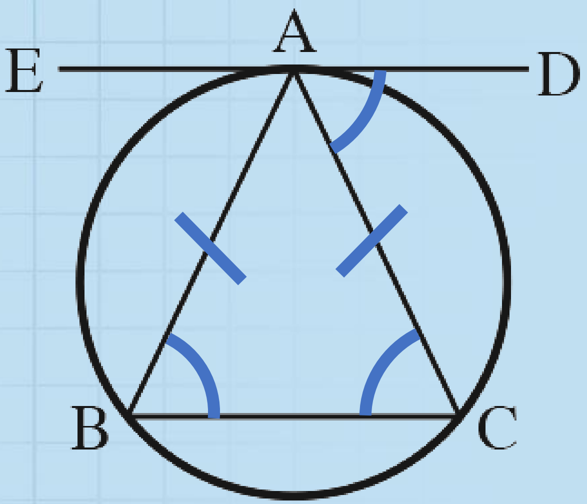
נתון: $BC \parallel DE$.

הוכח: $AC = AB$.

הקנייה

הוכח: $AB = AC$.

הוכחה:



$\angle DAC = \angle ACB$ (זויות מתחלפות בין מקבילים, $DE \parallel BC$)

$\angle DAC = \angle ABC$ (זוית בין משיק למיתר שווה לזוית ההיקפית הנשענת על המיתר)

$\Downarrow$

$\angle ACB = \angle ABC$ (שתי זויות השוות לזוית שלישית – שוות זו לזו)

$\Downarrow$

$AB = AC$ (מול זויות שוות במשולש נמצאות צלעות שוות)

בהצלחה