הקנייה

הסכום של
סדרה הנדסית

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 136

המצגת נערכה ע"י טל מדר

הקנייה

דוגמא ו' (מקומות אי זוגיים וזוגיים):

סכום סדרה הנדסית שבה מספר זוגי של איברים גדול פי 5 מסכום הסדרה שהחליפו בה את סימני האיברים במקומות האי זוגיים. מצא את מנת הסדרה.

פתרון:

נסמן ב-$2n$ את מספר איברי הסדרה. אם מנת הסדרה המקורית היא q אז המנה של הסדרה השנייה היא $-q$. כמו כן, אם a_1 הוא האיבר הראשון של הסדרה המקורית אז $-a_1$ הוא האיבר הראשון של הסדרה השנייה. נחשב את היחס בין הסכומים:

$$\frac{a_1(q^{2n}-1)}{q-1} : \frac{-a_1((-q)^{2n}-1)}{-q-1} = \frac{a_1(q^{2n}-1)}{q-1} \cdot \frac{q+1}{a_1(q^{2n}-1)} = \frac{q+1}{q-1} = 5.$$

פתרון המשוואה מימין הוא $q = 1\frac{1}{2}$.

הקנייה

דוגמא ז' (משוואה מעריכית):

בסדרה ההנדסית $3, 6, 12, \ldots$ חיברו k איברים סמוכים החל מהאיבר שבמקום ה-k וקיבלו את הסכום 24384. מצא את k.

פתרון:

האיבר במקום ה-k הוא $a_k = 3 \cdot 2^{k-1}$. סכום k האיברים החל מהאיבר ה-k הוא $S = 3 \cdot 2^{k-1}(2^k - 1)$. לפי הנתון סכום זה שווה ל-24384 ולכן נקבל את **המשוואה המעריכית:** $3 \cdot 2^{k-1}(2^k - 1) = 24384$. נצמצם ב-$3$ ונכפול את הביטויים שבאגף שמאל, נקבל: $2^{2k-1} - 2^{k-1} = 8128$. מכאן נקבל: $\frac{2^{2k}}{2} - \frac{2^k}{2} = 8128$ לכן $2^{2k} - 2^k - 16256 = 0$.

אם נסמן $2^k = t$ נקבל את **המשוואה הריבועית** $t^2 - t - 16256$ שהפתרונות שלה הם: $t_1 = 128$, $t_2 = -127$. הפתרון השלילי לא ייתכן ולכן $2^k = 128$, כלומר $k = 7$.

בהצלחה