הקנייה

מציאת מספר האיברים בסדרה הנדסית על פי האיבר הכללי

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 130–131

עמ' 132, ת. 14

המצגת נערכה ע״י טל מדר

הקנייה

דוגמא ב':

מצא בסדרה ההנדסית ...,2,10 שני איברים סמוכים שסכומם 7500.

הקנייה

פתרון:

האיבר הכללי של הסדרה הוא $a_n = 2\cdot5^{n-1}$. עפ"י הנתון צריך למצוא את n עבורו $a_n + a_{n+1} = 7500$. כלומר צריך לפתור את המשוואה המעריכית $2\cdot5^{n-1} + 2\cdot5^n = 7500$.
נוציא באגף שמאל את הביטוי $2\cdot5^{n-1}$ כגורם משותף ונקבל: $2\cdot5^{n-1}(1+5) = 7500$,
כלומר $12\cdot5^{n-1} = 7500$. נחלק ב-12 ונקבל $5^{n-1} = 625$. מתקיים $625 = 5^4$,
לכן $5^{n-1} = 5^4$, כלומר $n-1 = 4$ ומכאן $n = 5$. שני האיברים הסמוכים
שסכומם 7500 הם $a_5 = 1250$ ו-$a_6 = 6250$.

הקנייה

14) א. מצא בסדרה ההנדסית $2, 6, \ldots$ שני איברים סמוכים שסכומם 1944. (מצא את האיברים ואת מקומם הסידורי).

ב. הוכח שהסכום של כל שני איברים סמוכים בסדרה הנ"ל, פרט לראשון והשני, מתחלק ב-24 ללא שארית.

א. מצא בסדרה ההנדסית $2, 6, \ldots$ שני איברים סמוכים שסכומם 1944. (מצא את האיברים ואת מקומם הסידורי).

פתרון

א. לפי הנתון $q = 3$

לכן נסמן את האיברים ב- x **וב-** $3x$

$$4x = 1{,}944$$

$$x = 486$$

האיברים הם **486 ו-1,458**

$$2 \cdot 3^{n-1} = 486$$

$$3^{n-1} = 243 = 3^5$$

$$n = 6$$

האיברים הם במקומות השישי והשביעי

ב. הוכח שהסכום של כל שני איברים סמוכים בסדרה הנ"ל, פרט לראשון והשני, מתחלק ב-24 ללא שארית.

פתרון

ב. **עפ"י נוסחת איבר כללי:**

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

$$a_{n+1} = 2 \cdot 3^{n}$$

$$a_n + a_{n+1} = 2 \cdot 3^{n-1} + 2 \cdot 3^{n} = 2 \cdot 3^{n-1}(1+3) = 8 \cdot 3^{n-1}$$

כאשר n>1 יש כאן כפולה של 8 ב-3 ולכן מתחלקת ב-24.

בהצלחה