הקנייה

סדרה הנדסית – איבר כללי

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 122

המצגת נערכה ע"י טל מדר

הקנייה

דוגמא ו' (מציאת a_1 ו-q ע"י חילוק משוואות):

סכום האיברים הראשון והשני בסדרה הנדסית הוא 15 וסכום האיברים הרביעי והחמישי הוא 120. מצא את האיבר הראשון ואת מנת הסדרה.

פתרון:

עפ"י הנתון $a_1+a_2=15$ וכן $a_4+a_5=120$. בעזרת a_1 ו-q נקבל את המשוואות: $a_1+a_1q=15$ ו-$a_1q^3+a_1q^4=120$. נוח לפתור מערכת כזאת ע"י **חילוק משוואה במשוואה**. נקבל: $\frac{120}{15}=\frac{a_1q^3+a_1q^4}{a_1+a_1q}$. נוציא במונה את q^3 כגורם משותף ונקבל $8=\frac{q^3(a_1+a_1q)}{a_1+a_1q}$. לאחר צמצום נקבל $q^3=8$ ומכאן $q=2$. כדי למצוא את a_1 נציב $q=2$ במשוואה $a_1+a_1q=15$ ונקבל $a_1+a_1\cdot2=15$, ז"א $3a_1=15$ ולכן $a_1=5$.

הקנייה

דוגמא ז':

בסדרה הנדסית ההפרש בין האיבר הרביעי לראשון גדול פי 7 מההפרש בין האיבר השני לראשון. מצא את מנת הסדרה.

פתרון:

המשוואה המתקבלת היא $a_1q^3 - a_1 = 7(a_1q - a_1)$. לאחר צמצום ב-$0 \neq a_1$ נקבל $q^3 - 1 = 7(q-1)$. כדי לפתור משוואה כזאת (ממעלה שלישית) ניעזר בפירוק לגורמים לפי הנוסחה $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ ונקבל $(q-1)(q^2+q+1) = 7(q-1)$. נצמצם ב-$0 \neq q-1$ ונקבל את המשוואה הריבועית $q^2+q-6=0$ שהפתרונות שלה הם 2 ו--3. ייתכן גם $q=1$ ואז כל איברי הסדרה שווים זה לזה.

בהצלחה