פתרון תרגיל

סדרה חשבונית –
האיבר הכללי

מתמטיקה (5יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 117, ת. 102

המצגת נערכה ע"י טל מדר

השאלה

102) בסדרה שכל איבריה אי שליליים ושונים זה מזה נתון שלכל n מתקיים $S_n = a_n(a_n + \frac{1}{2})$.

א. הוכח שהסדרה היא סדרה חשבונית ומצא את הפרשה.

ב. מצא עפ״י הנוסחה הנ״ל את שני הערכים האפשריים לאיבר העשירי.

א. הוכח שהסדרה היא סדרה חשבונית ומצא את הפרשה.

פתרון

א. נתון:

$$S_n = a_n\left(a_n + \frac{1}{2}\right) = {a_n}^2 + \frac{1}{2}a_n$$

$$S_{n+1} = a_{n+1}\left(a_{n+1} + \frac{1}{2}\right) = {a_{n+1}}^2 + \frac{1}{2}a_{n+1}$$

$$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n = {a_{n+1}}^2 - {a_n}^2 + \frac{1}{2}a_{n+1} - \frac{1}{2}a_n$$

א. הוכח שהסדרה היא סדרה חשבונית ומצא את הפרשה.

פתרון

$$\frac{1}{2}a_{n+1} + \frac{1}{2}a_n = a_{n+1}{}^2 - a_n{}^2$$

$$\frac{1}{2}(a_{n+1} + a_n) = (a_{n+1} + a_n) \cdot (a_{n+1} - a_n)$$

$$\frac{1}{2} = a_{n+1} - a_n$$

הפרשה $\frac{1}{2}$

ב. מצא עפ"י הנוסחה הנ"ל את שני הערכים האפשריים לאיבר העשירי.

פתרון

$$S_{10} = \frac{\left[2a_{10} - (10-1)\frac{1}{2}\right]10}{2}$$

$$S_{10} = a_{10}(a_{10} + \frac{1}{2})$$

$$a_{10}\left(a_{10} + \frac{1}{2}\right) = [2a_{10} - 4.5]5$$

$$a_{10}^{\ 2} + \frac{1}{2}a_{10} = 10a_{10} - 22.5$$

ב. מצא עפ"י הנוסחה הנ"ל את שני הערכים האפשריים לאיבר העשירי.

פתרון

$$a_{10}{}^2 - 9.5a_{10} + 22.5 = 0$$

$\boldsymbol{a_{10} = 4.5}$

$\boldsymbol{a_{10} = 5}$

בהצלחה