הקנייה

סכום סדרה חשבונית

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ב'–1

581 , עמ' 105

עמ' 116, ת. 95

המצגת נערכה ע"י טל מדר

הקנייה

דוגמא ח' (הוכחה):

הוכח: אם בסדרה חשבונית $S_k = S_n$ אז $S_{n+k} = 0$. (n ו- k הם מספרים טבעיים השונים זה מזה).

הקנייה

פתרון:

עפ"י נוסחת הסכום של סדרה חשבונית והנתון נקבל: $[2a_1+(k-1)d]\frac{k}{2} = [2a_1+(n-1)d]\frac{n}{2}$.

אם נכפול פי 2 את שני אגפי השוויון ונפתח סוגריים נקבל:

$2a_1k+k(k-1)d = 2a_1n+n(n-1)d$

לאחר העברת אגפים וכינוס איברים נקבל: $2a_1n-2a_1k = (k^2-k-n^2+n)d$ בעזרת פירוק לגורמים נקבל: $2a_1(n-k) = ((k-n)(k+n)+(n-k))d$ עכשיו נצמצם ב-$n-k$ (עפ"י הנתון $n \neq k$ ולכן $n-k \neq 0$) ונקבל $2a_1 = -(k+n)d+d$.

ברצוננו להוכיח ש-$S_{n+k} = 0$. בעזרת הנוסחה לסכום סדרה חשבונית והתוצאה שקיבלנו עבור $2a_1$ נקבל:

$$S_{n+k} = [2a_1+(n+k-1)d]\frac{n+k}{2} = [-(k+n)d+d+(n+k-1)d]\frac{n+k}{2} = 0\cdot\frac{n+k}{2} = 0.$$

השאלה

95) הוכח: אם בסדרה חשבונית $S_n = \frac{(n+1)a_n}{2}$ לכל n אז $a_1 = d$.

הוכח: אם בסדרה חשבונית $S_n = \frac{(n+1)a_n}{2}$ לכל n אז $a_1 = d$.

פתרון

נציב $\boldsymbol{n = 2}$

$$S_2 = \frac{(2+1)\cdot a_2}{2}$$

$$a_1 + a_2 = \frac{3\cdot a_2}{2}$$

$$2a_1 + 2a_2 = 3a_2$$

$$2a_1 = a_2$$

$$2a_1 = a_1 + d$$

$$a_1 = d$$

בהצלחה