הקנייה

האמצע של קטע

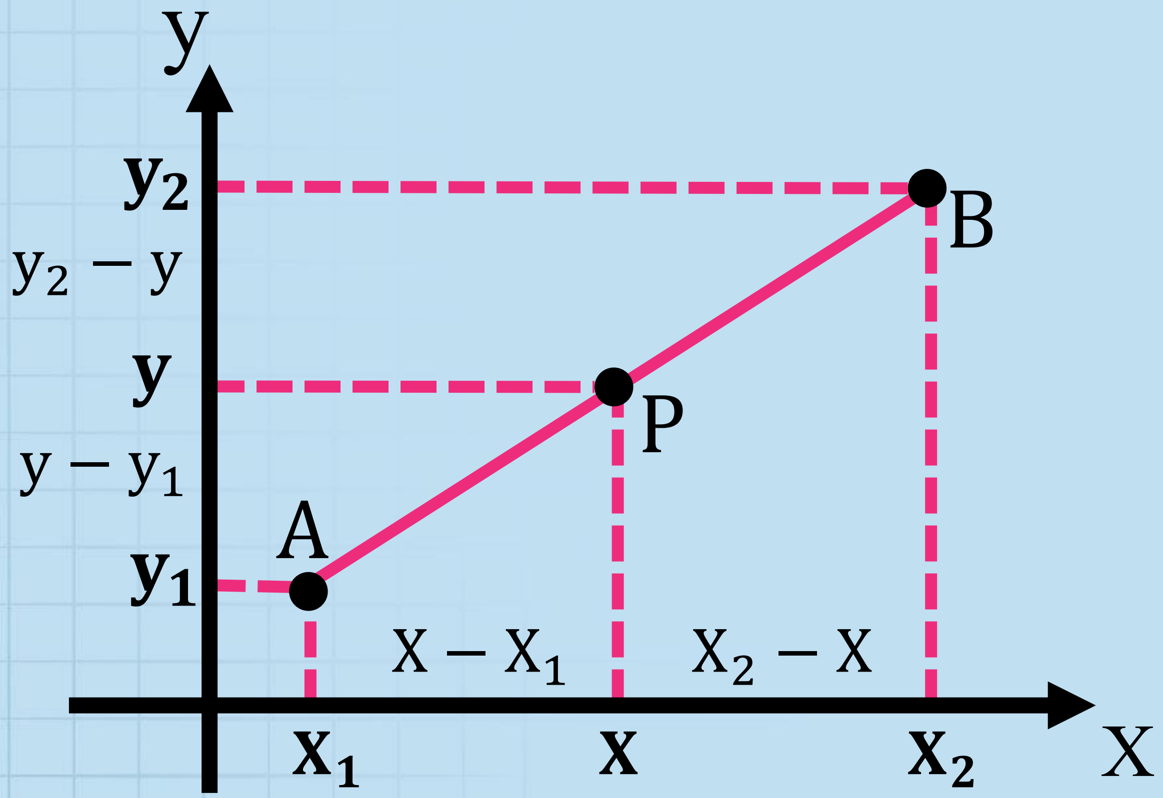
מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

582 , עמ' 17

המצגת נערכה ע״י שירי דוברין

הקנייה

תהיינה נתונות שתי נקודות $A(x_1, y_1)$ ו-$B(x_2, y_2)$ (נניח ש-$x_1 < x_2$ ו-$y_1 < y_2$). ברצוננו למצוא את שיעורי הנקודה $P(x, y)$ שהיא **אמצע הקטע** AB.



נוריד אנכים משלוש הנקודות לצירים.

לפי הנתון $AP = PB$, לכן בהסתמך על **משפט תלס** בגיאומטריה האומר שקטעים מקבילים מקצים על שוקי זווית קטעים פרופורציוניים נקבל: $x - x_1 = x_2 - x$,

לכן $2x = x_1 + x_2$, כלומר $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$. באותו אופן נקבל $y - y_1 = y_2 - y$, ז"א $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$.

הקנייה

לכן שיעורי P הם $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$. **לסיכום:**

אמצע הקטע שקצותיו הם (x_1, y_1) ו-(x_2, y_2) הוא בנקודה: $\boxed{\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)}$

הערה: הוכחה דומה טובה למקרה ש-A ו-B אינן דווקא ברביע הראשון.

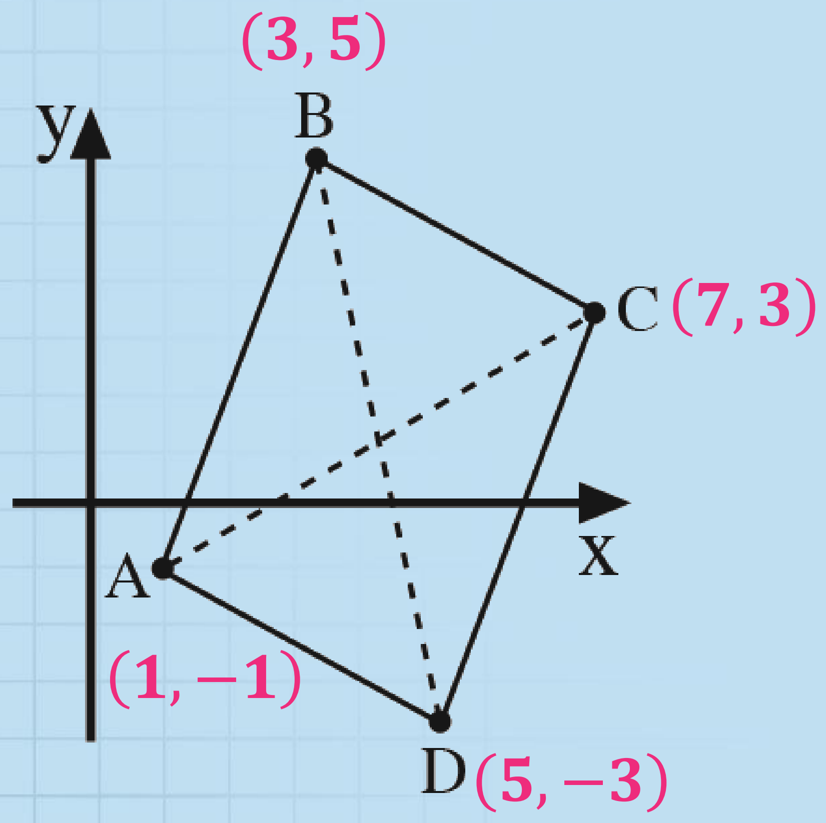
הקנייה

דוגמא א':

הוכח שהמרובע ABCD שבו $A(1,-1)$, $B(3,5)$, $C(7,3)$, $D(5,-3)$ הוא מקבילית.

פתרון:

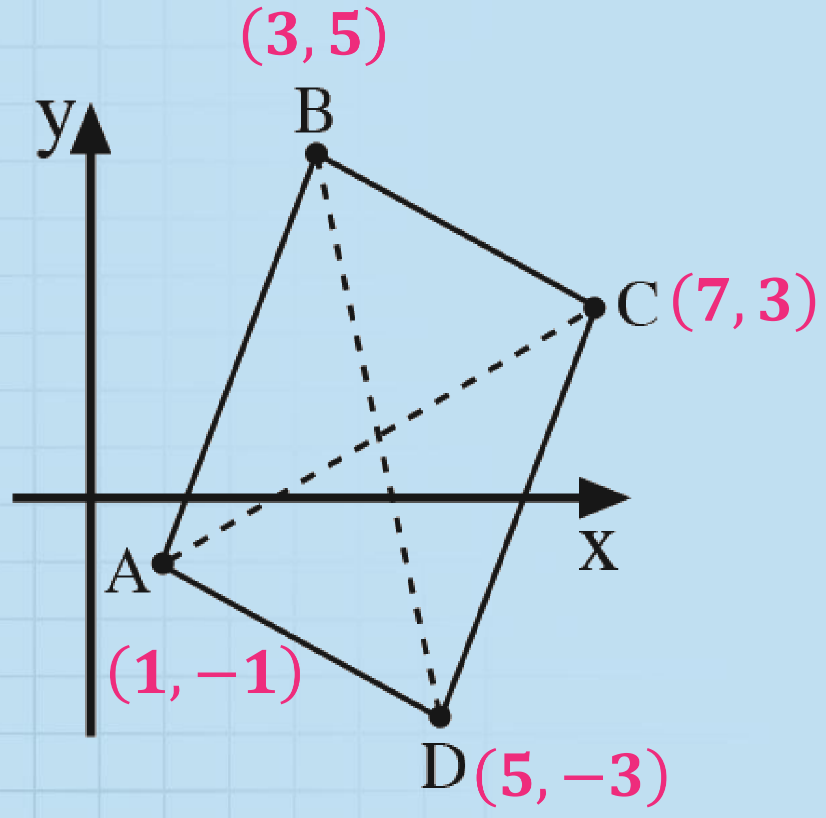
נשרטט את הנתונים על גבי מערכת צירים



הקנייה

דוגמא א':

הוכח שהמרובע ABCD שבו $A(1,-1)$, $B(3,5)$, $C(7,3)$, $D(5,-3)$ הוא מקבילית.



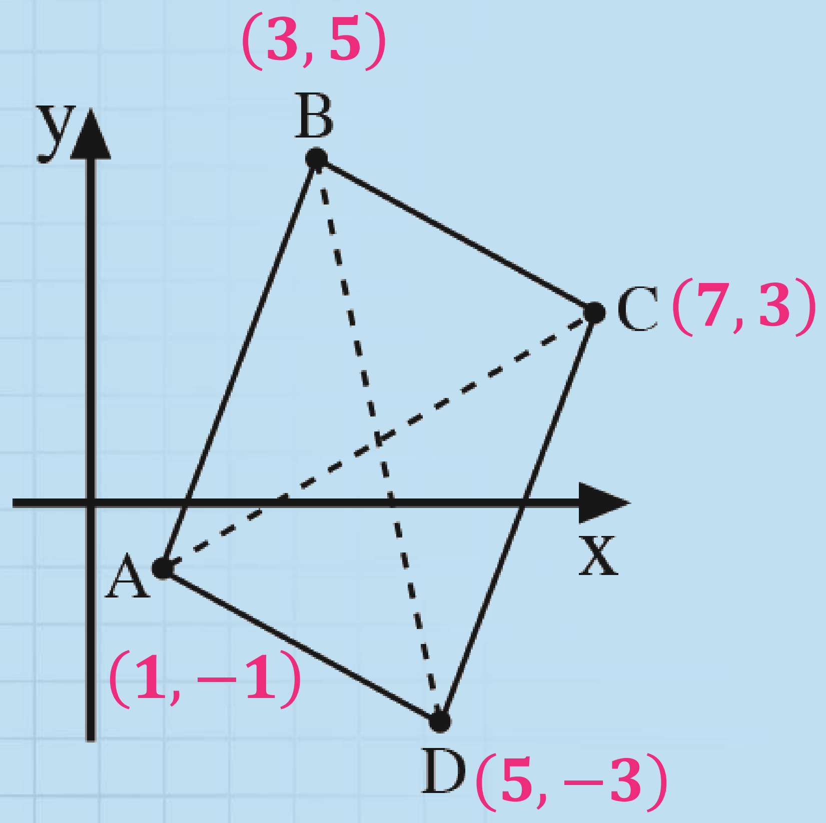
נסתמך על **המשפט:** אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה אז הוא מקבילית.

נראה אם כן שאמצע האלכסון AC הוא גם אמצע האלכסון BD.

הקנייה

דוגמא א':

הוכח שהמרובע ABCD שבו $A(1,-1)$, $B(3,5)$, $C(7,3)$, $D(5,-3)$ הוא מקבילית.



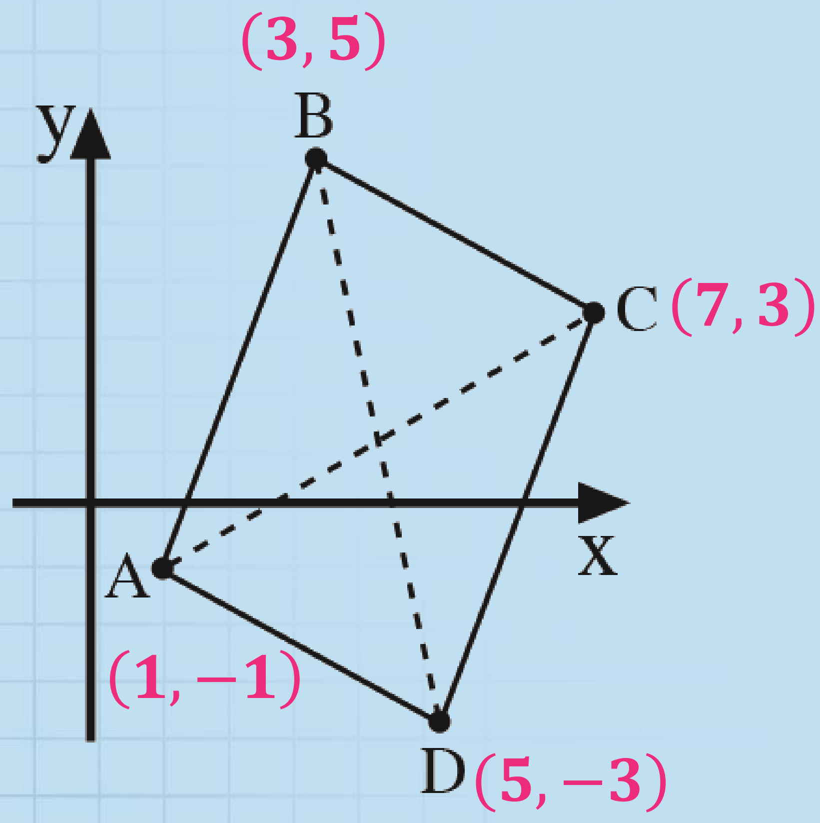
לגבי אמצע AC נקבל: $x = \frac{1+7}{2} = 4$,

$y = \frac{-1+3}{2} = 1$, כלומר האמצע הוא בנקודה $(4,1)$.

הקנייה

דוגמא א':

הוכח שהמרובע ABCD שבו $A(1,-1)$, $B(3,5)$, $C(7,3)$, $D(5,-3)$ הוא מקבילית.



אמצע $\overline{BD}$ נקבל: $x = \frac{3+5}{2} = 4$, $y = \frac{5-3}{2} = 1$ ז"א גם

אמצע BD הוא בנקודה $(4,1)$ ולכן המרובע הוא מקבילית.

הקנייה

הערה:

בהסתמך על כך שבמקבילית האלכסונים חוצים זה את זה ובהסתמך על המשפט שבדוגמא א׳ נוכל לסכם:

מרובע ABCD הוא מקבילית אם ורק אם מתקיימים:

$x_A+x_C = x_B+x_D$ וכן $y_A+y_C = y_B+y_D$.

בהצלחה