הקנייה

המרחק בין שתי נקודות

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–1

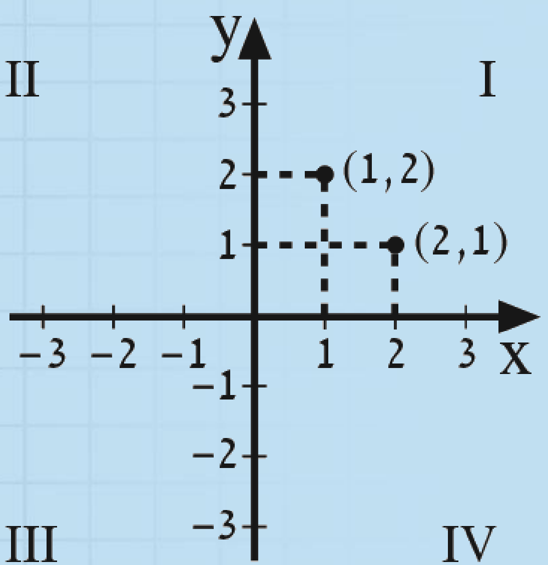
582 , עמ' 11–12

המצגת נערכה ע"י שירי דוברין

הקנייה

בפרק זה נעסוק בנושאים הקשורים לנקודה. לפני שנעשה זאת נזכיר כמה מושגים. תחילה נציין ש**הגיאומטריה האנליטית** עוסקת בפתרון בעיות **גיאומטריות** באמצעות **האלגברה**. כדי לעשות זאת יש למצוא **התאמה בין הנקודות במישור למספרים**. נייצג את המישור ע"י מערכת צירים **המאונכים** זה לזה. מערכת כזאת נקראת **מערכת קרטזית**. הציר האופקי נקרא ציר ה-x והציר האנכי נקרא ציר ה-y. יחידות המידה על הצירים שוות. **כל נקודה** במערכת הצירים מתוארת בעזרת **שני מספרים**. המספר השמאלי (הראשון) הוא שיעור ה-x של הנקודה והמספר הימני (השני) הוא שיעור ה-y שלה. הנקודה תסומן (x,y).

הקנייה



לדוגמא בציור מסומנות הנקודות $(1,2)$ ו-$(2,1)$ השונות זו מזו. הצירים נפגשים בנקודה $(0,0)$ הנקראת גם **ראשית הצירים** (או בקיצור: הראשית).

כפי שרואים בציור, מבחינים בין **ארבעה רביעים:** הראשון (I), השני (II), השלישי (III) והרביעי (IV).

הערה: אם $A(x,y)$ היא נקודה אז x_A מסמן את שיעור ה-x של A ו-y_A מסמן את שיעור ה-y של A.

הקנייה

המרחק בין שתי נקודות

תהיינה, אם כן, נתונות שתי נקודות $A(x_1, y_1)$ ו-$B(x_2, y_2)$ ואנו נמצא נוסחה למרחק ביניהן.

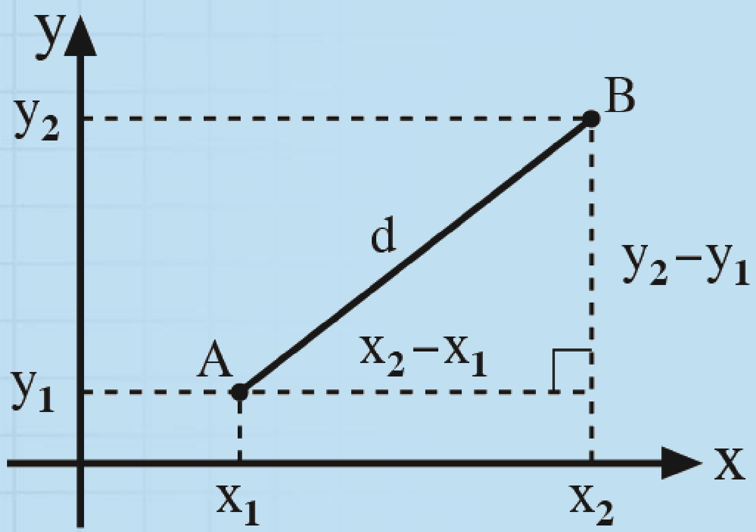
הקנייה

המרחק בין שתי נקודות

נניח שהנקודות נמצאות ברביע הראשון ומתקיים $x_1 < x_2$, $y_1 < y_2$. נוריד אנכים מהנקודות A ו-B לצירים. מתקבל משולש ישר זווית שאורכי ניצביו הם $x_2 - x_1$, $y_2 - y_1$ והיתר הוא הקטע AB. לפי **משפט פיתגורס** נקבל $AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$.

אם נסמן את המרחק ב-d נקבל:

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.



הקנייה

המרחק בין שתי נקודות

המרחק בין הנקודות (x_1, y_1) ו-(x_2, y_2) הוא: $\boxed{d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}}$.

הערה: באופן דומה מוכיחים את הטענה כאשר הנקודות A ו-B אינן דווקא ברביע הראשון ולא בהכרח מתקיימים $x_1 < x_2$ ו-$y_1 < y_2$. במקרה הכללי אורכי הניצבים יהיו הערכים המוחלטים $|x_2-x_1|$ ו- $|y_2-y_1|$ וההוכחה דומה.

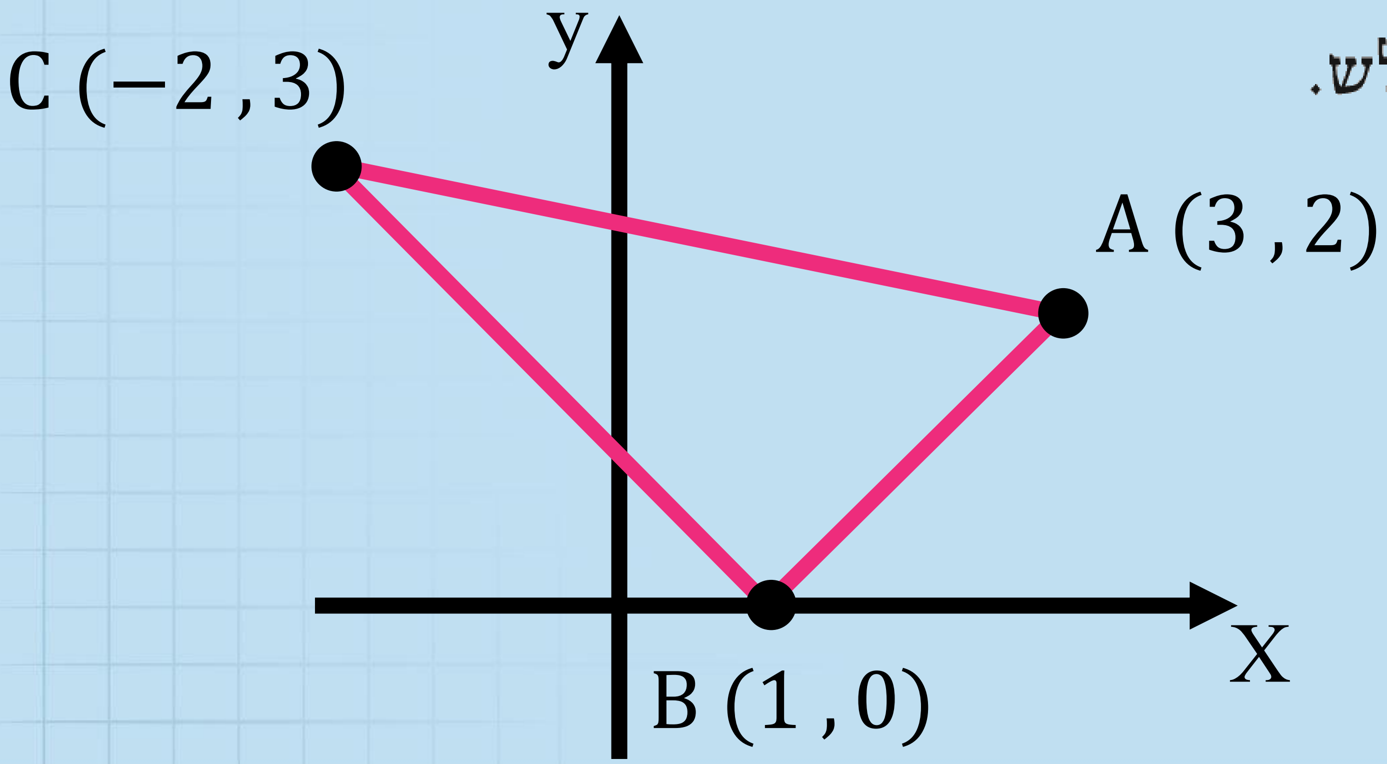
הקנייה

דוגמא א':

הוכח שהמשולש שקודקודיו הם $A(3,2)$, $B(1,0)$, $C(-2,3)$ הוא ישר זווית ומצא את שטחו.

פתרון:

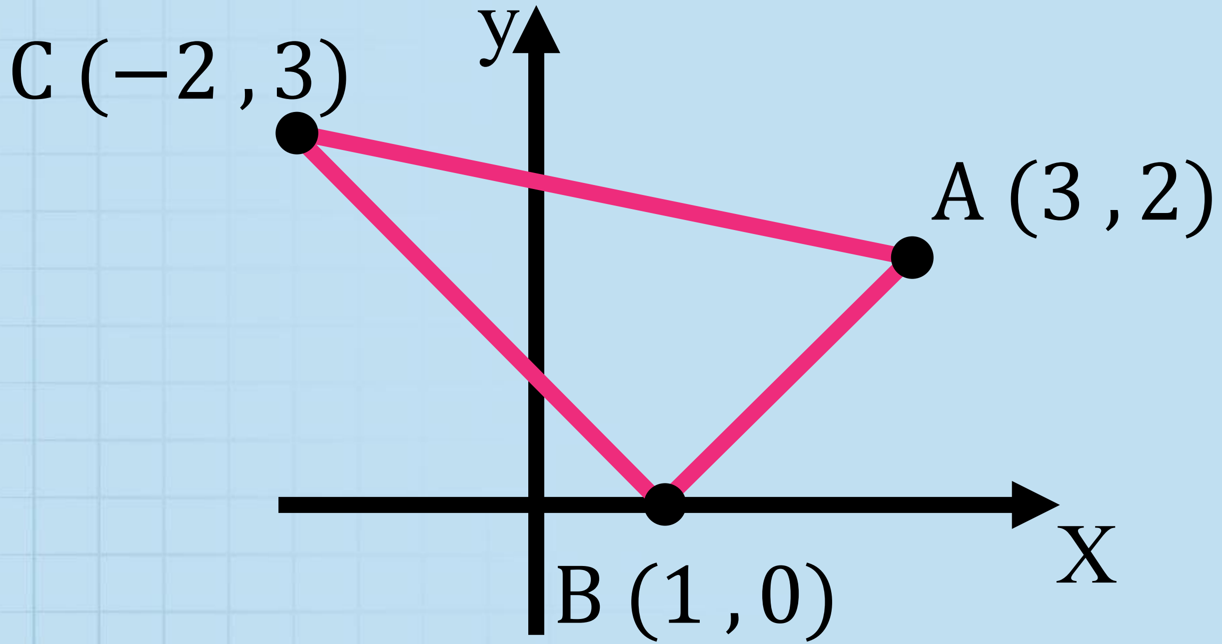
נצייר תחילה, עפ"י הנתונים, את המשולש.



הקנייה

דוגמא א':

הוכח שהמשולש שקודקודיו הם $A(3,2)$, $B(1,0)$, $C(-2,3)$ הוא ישר זווית ומצא את שטחו.



$AB^2 = (3-1)^2+(2-0)^2 = 4+4 = 8$,

$BC^2 = (1+2)^2+(0-3)^2 = 9+9 = 18$,

$AC^2 = (3+2)^2+(2-3)^2 = 25+1 = 26$.

הקנייה

דוגמא א':
הוכח שהמשולש שקודקודיו הם $A(3,2)$, $B(1,0)$, $C(-2,3)$ הוא ישר זווית ומצא את שטחו.

$$AB^2 + BC^2 = 8 + 18 = 26 = AC^2$$

לפי המשפט **ההפוך** למשפט פיתגורס המשולש ABC

הוא ישר זווית $(\sphericalangle B = 90^\circ)$.

הקנייה

דוגמא א':

הוכח שהמשולש שקודקודיו הם $A(3,2)$, $B(1,0)$, $C(-2,3)$ הוא ישר זווית ומצא את שטחו.

שטח של משולש ישר זווית שווה למחצית מכפלת הניצבים זה בזה. כאן $AB=\sqrt{8}$, $BC=\sqrt{18}$ ולכן השטח הוא $S=\frac{\sqrt{18}\cdot\sqrt{8}}{2}=\frac{\sqrt{144}}{2}=\frac{12}{2}=6$.

הקנייה

הערה: בדרך כלל, כל עוד עוסקים **בנקודות**, **ישרים ומעגלים**, רצוי מאוד לשרטט את הציור **בצורה מדוייקת**. שרטוט מדוייק עוזר מצד אחד למצוא את הדרך לפתרון ומצד שני מאפשר לבדוק את נכונות התשובה. יחד עם זאת, בהרבה מקרים נוח לפתור את הבעיה ע״י שרטוט **ללא** מערכת צירים, כמו שעושים בהנדסת המישור.

בהצלחה