

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = \left[3x^3 + x^2 + 4x + C \right]_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

פתרון תרגיל

בעיות שונות - מספרים מרונכבים

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-2

582, עמ' 70, ת. 26

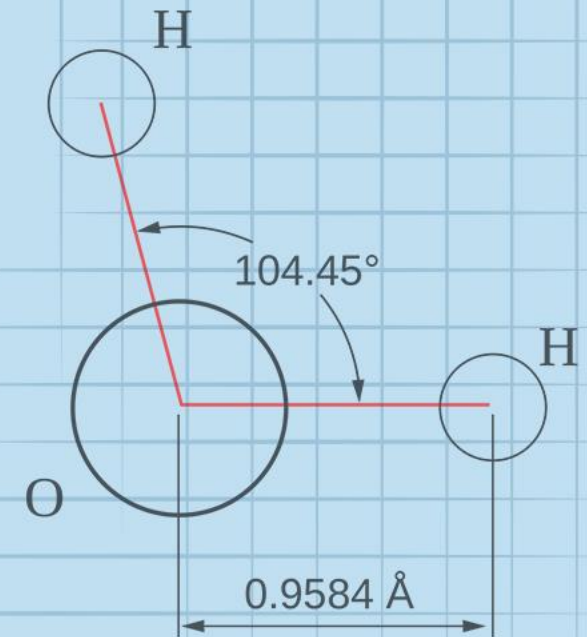
המצגת נערכה עייי עומרי גלעדי
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



השאלה

(26) z הוא מספר מרוכב המקיים: (1) $z = r \operatorname{cis} \theta$, (2) $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$.

א. הוכח: $|z| = 1$.

ב. הוכח: $z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta$ לכל n טבעי.

z הוא מספר מרוכב המקיים: $(1) z = r \operatorname{cis} \theta$, $(2) z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$.
א. הוכח: $|z| = 1$.

פתרון

$$z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$$

$$z + \frac{1}{z} - 2 \cos \theta = 0$$

$$z^2 - 2 \cos \theta \cdot z + 1 = 0$$

$$z_{1,2} = \frac{2 \cos \theta \pm \sqrt{4 \cos^2 \theta - 4}}{2}$$

z הוא מספר מרוכב המקיים: $z = r \operatorname{cis} \theta$ (1) , $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$ (2) .
א. הוכח: $|z| = 1$.

פתרון

$$z_{1,2} = \frac{2 \cos \theta \pm \sqrt{4 \cos^2 \theta - 4}}{2}$$

$$= \frac{2 \cos \theta \pm 2\sqrt{-1(1 - \cos^2 \theta)}}{2}$$

$$= \frac{2 \cos \theta \pm 2i \sin \theta}{2}$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$z_1 = \cos \theta + i \sin \theta = \operatorname{cis} \theta$$

$$z_2 = \cos \theta - i \sin \theta = \operatorname{cis}(-\theta)$$

z הוא מספר מרוכב המקיים: $(1) z = r \operatorname{cis} \theta$, $(2) z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$.
א. הוכח: $|z| = 1$.

פתרון

$$z_1 = \operatorname{cis} \theta \quad z_2 = \operatorname{cis}(-\theta) \quad z = r \operatorname{cis} \theta$$

$$|z| = r = 1$$

מ.ש.ל

ב. הוכח: $z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta$ לכל n טבעי.

פתרון

$$z = \text{cis } \theta$$

$$(r \text{cis } \theta)^n = r^n \text{cis } n\theta$$

$$z^n + \frac{1}{z^n} = (\text{cis } \theta)^n + \frac{1}{(\text{cis } \theta)^n}$$

$$\frac{r_1 \text{cis } \theta_1}{r_2 \text{cis } \theta_2} = \frac{r_1}{r_2} \text{cis}(\theta_1 - \theta_2)$$

$$= \text{cis } n\theta + \frac{\text{cis } 0}{\text{cis } n\theta} = \text{cis } n\theta + \text{cis}(-n\theta)$$

$$= \cos n\theta + i \sin n\theta + \cos(-n\theta) + i \sin(-n\theta)$$

ב. הוכח: $z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta$ לכל n טבעי.

פתרון

$$= \cos n\theta + i \sin n\theta + \cos(-n\theta) + i \sin(-n\theta) \quad \sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$= \cos n\theta + i \sin n\theta + \cos n\theta - i \sin n\theta \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$= 2 \cos n\theta \quad \text{מ.ש.ל}$$

בהצלחה