

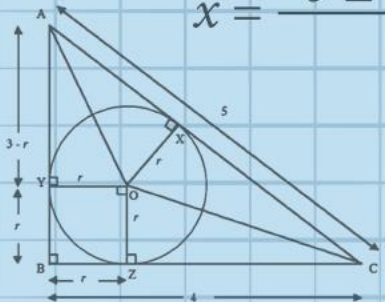
$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = 3x^3 + x^2 + 4x + C \Big|_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x(\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

# פתרון תרגיל

## השורשים מסדר n של מספר מרוכב מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'-2

582 , עמ' 65 , ת. 26

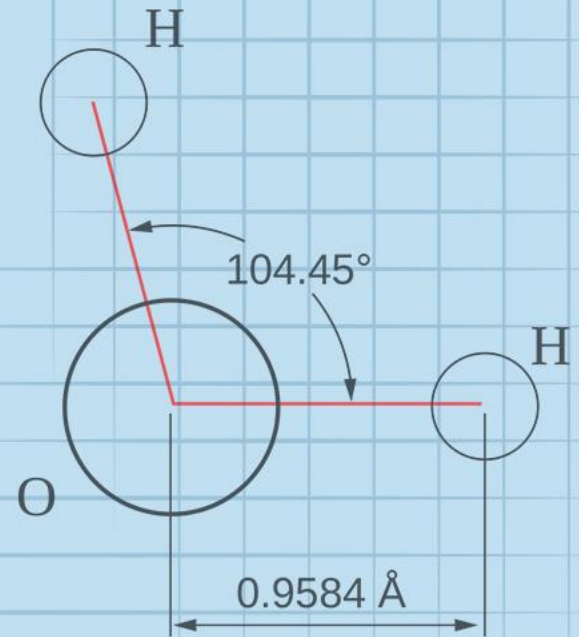
המצגת נערכה עייי עומרי גלעדי כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全ツのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(N) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^N \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^N c^2} \left[ \gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



# השאלה

(26) פתרונות המשוואה  $(z+i)^2 = 2 + 2\sqrt{3}i$  הם  $z_1$  ו- $z_2$ .

א. מצא את  $z_1$  ו- $z_2$  אם נתון  $|z_1| < |z_2|$ .

ב. הוכח:  $(z_1^2 - z_2^2)^{3n}$  הוא מספר ממשי לכל  $n$  טבעי.

ג. רשום משוואה ריבועית שהשורשים שלה הם  $z_1$  ו- $z_2$ .

פתרונות המשוואה  $(z+i)^2 = 2+2\sqrt{3}i$  הם  $z_1$  ו- $z_2$ .

א. מצא את  $z_1$  ו- $z_2$  אם נתון  $|z_1| < |z_2|$ .

## פתרון

$$2 + 2\sqrt{3}i = 4\text{cis}60^\circ$$

$$x + y \cdot i \rightarrow r(\cos \theta + i \sin \theta) \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$r = \sqrt{(2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$$

רביע ראשון

$$\tan \theta = \frac{2\sqrt{3}}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ + 180k = 60^\circ$$

פתרונות המשוואה  $(z+i)^2 = 2+2\sqrt{3}i$  הם  $z_1$  ו- $z_2$ .

א. מצא את  $z_1$  ו- $z_2$  אם נתון  $|z_1| < |z_2|$ .

## פתרון

$$w_0 = 2\text{cis}30^\circ = \sqrt{3} + i$$

$$w_1 = 2\text{cis}210^\circ = -\sqrt{3} - i$$

$$w_0 - i = \sqrt{3} = z_1$$

$$|w_0 - i| = \sqrt{3}$$

$$w_1 - i = -\sqrt{3} - 2i = z_2$$

$$|w_1 - i| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + (-2)^2} = \sqrt{7}$$

$$(z+i)^2 = 4\text{cis}60^\circ$$

$$w = z+i \rightarrow z = w-i$$

$$w^2 = 4\text{cis}60^\circ$$

$$w_k = \sqrt{4}\text{cis}\frac{60^\circ + 360^\circ k}{2}$$

$$k = 0,1$$

ב. הוכח:  $(z_1^2 - z_2^2)^{3n}$  הוא מספר ממשי לכל  $n$  טבעי.

## פתרון

$$z_1 = \sqrt{3} \qquad z_2 = -\sqrt{3} - 2i$$

$$\begin{aligned} (z_1^2 - z_2^2)^{3n} &= \left( \sqrt{3}^2 - (-\sqrt{3} - 2i)^2 \right)^{3n} \\ &= (3 - 3 - 4\sqrt{3}i + 4)^{3n} = (4 - 4\sqrt{3}i)^{3n} \end{aligned}$$

ב. הוכח:  $(z_1^2 - z_2^2)^{3n}$  הוא מספר ממשי לכל  $n$  טבעי.

## פתרון

$$4 - 4\sqrt{3}i = 8\text{cis}(-60^\circ)$$

$$x + y \cdot i \rightarrow r(\cos \theta + i \sin \theta) \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$r = \sqrt{(4)^2 + (-4\sqrt{3})^2} = 8$$

רביע רביעי

$$\tan \theta = \frac{-4\sqrt{3}}{4} \rightarrow \theta = -60^\circ + 180k = -60^\circ$$

ב. הוכח:  $(z_1^2 - z_2^2)^{3n}$  הוא מספר ממשי לכל  $n$  טבעי.

## פתרון

$$(4 - 4\sqrt{3}i)^{3n} = (8\text{cis}(-60^\circ))^{3n} \quad (r\text{cis}\theta)^n = r^n \text{cis } n\theta$$

$$= 8^{3n} \text{cis}(-180^\circ n)$$

$$= 8^{3n} \cos(-180^\circ n) + i8^{3n} \sin(-180^\circ n) \quad \cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$= 8^{3n} \cos(180^\circ n) = \begin{cases} 8^{3n} & n \text{ זוגי} \\ -8^{3n} & n \text{ אי-זוגי} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{מספר ממשי} \\ \text{מ.ש.ל} \end{array}$$

ג. רשום משוואה ריבועית שהשורשים שלה הם  $z_1$  ו- $z_2$ .

## פתרון

$$(z - z_1)(z - z_2) = 0$$

$$(z - \sqrt{3})(z + \sqrt{3} + 2i) = 0$$

$$z^2 + \cancel{\sqrt{3}z} + 2iz - \cancel{\sqrt{3}z} - 3 - 2\sqrt{3}i = 0$$

$$z^2 + 2iz - 3 - 2\sqrt{3}i = 0$$



# בהצלחה