תרגיל לדוגמה

נקודות קיצון –פונקציות חזקה עם מעריך רציונאלי

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

482 , עמ' 324, דוגמה א'

המצגת נערכה ע"י דנה עידן

תרגיל לדוגמה

נקודות קיצון, כולל בקצוות — פונקציות חזקה עם מעריך רציונאלי ופונקציות עם שורשים

בסעיף זה נמצא את נקודות הקיצון של פונקציות חזקה עם מעריך רציונאלי ופונקציות עם שורשים. חשוב לזכור שבמושג **נקודות קיצון** מתכוונים גם לנקודות הקיצון **שבקצה תחום ההגדרה**.

דוגמא א':

מצא את נקודות הקיצון, כולל בקצה תחום ההגדרה, של הפונקציה $y = \sqrt[4]{16-x^2}$.

תרגיל לדוגמה

פתרון:

נמצא תחילה את תחום ההגדרה של הפונקציה. כדי לעשות זאת נפתור את אי השוויון $16-x^2 \geq 0$. נקבל $x^2 \leq 16$ ולכן $-4 \leq x \leq 4$. נמצא עכשיו את נקודות הקיצון הפנימיות. נרשום את הפונקציה בצורה $y = (16-x^2)^{\frac{1}{4}}$. נגזור אותה ונשווה ל-0, נקבל: $y' = \frac{1}{4}(16-x^2)^{-\frac{3}{4}} \cdot (-2x) = \dfrac{-2x}{4(16-x^2)^{\frac{3}{4}}} = 0$. פתרון המשוואה הוא $x = 0$.

היות והמכנה של הנגזרת הראשונה הוא חיובי אז כדי לקבוע את סוג הקיצון מספיק לגזור את נגזרת המונה של הנגזרת הראשונה. הנגזרת היא -2 ולכן ב-$x = 0$ יש מקסימום. נציב $x = 0$ בפונקציה ונקבל: $y = \sqrt[4]{16-0^2} = \sqrt[4]{16} = 2$, כלומר, נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה היא $(0,2)$ וזאת נקודת מקסימום.

תרגיל לדוגמה

נחשב את ערכי הפונקציה בנקודות הקצה של תחום ההגדרה. כאשר $x = 4$ ערך הפונקציה הוא $y = 0$ וגם כאשר $x = -4$ ערך הפונקציה הוא $y = 0$. כלומר, נקודות הקצה של תחום ההגדרה הן $(4,0)$ ו-$(-4,0)$. בהסתמך על כך שבנקודה $(0,2)$ יש לפונקציה מקסימום נסיק שבנקודות $(4,0)$ ו-$(-4,0)$ יש לפונקציה מינימום.

לסיכום: נקודות הקיצון של הפונקציה $y = \sqrt[4]{16-x^2}$ הן: $(-4,0)$ מינימום, $(0,2)$ מקסימום, $(4,0)$ מינימום.

בהצלחה