תרגיל לדוגמה

בעיות גיאומטריות
במישור של גאוס

מתמטיקה (5 יח"ל) חלק ג'–2

582 , עמ' 43, דוגמאות א', ב'

המצגת נערכה ע"י עומרי גלעדי
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

תרגיל לדוגמה

דוגמא א':

קודקוד אחד של ריבוע שחסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים הוא המספר $z_1 = 1+\sqrt{3}i$.

מצא את שלושת הקודקודים האחרים של הריבוע: z_2, z_3 ו-z_4.

קודקוד אחד של ריבוע שחסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים הוא המספר $z_1 = 1+\sqrt{3}i$.
מצא את שלושת הקודקודים האחרים של הריבוע: z_2, z_3 ו- z_4.

פתרון

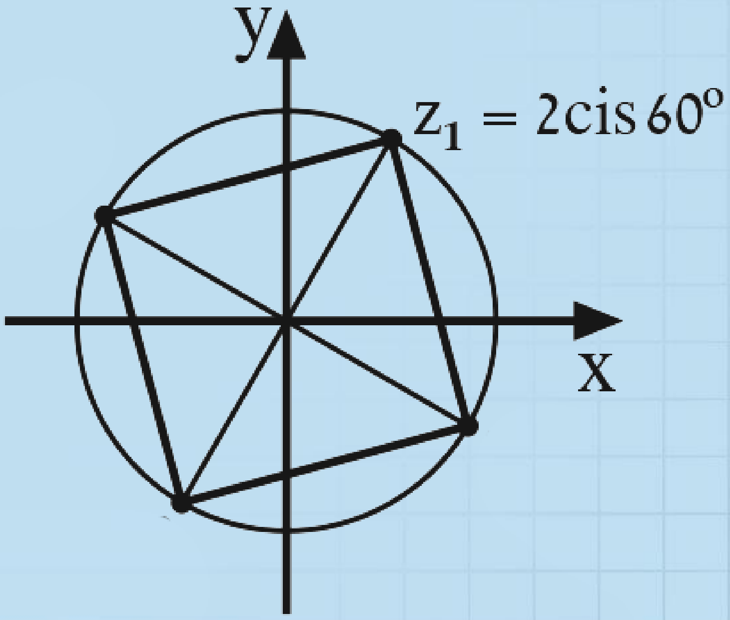
$$x + y \cdot i \to r(\cos\theta + i\sin\theta) \qquad r = \sqrt{x^2+y^2} \qquad \tan\theta = \frac{y}{x}$$

$$z_1 = 1 + \sqrt{3}i = 2\text{cis}60^\circ$$

$$r = \sqrt{(1)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = 2$$

רביע ראשון

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{1} \to \theta = 60^\circ + 180^\circ k = 60^\circ$$

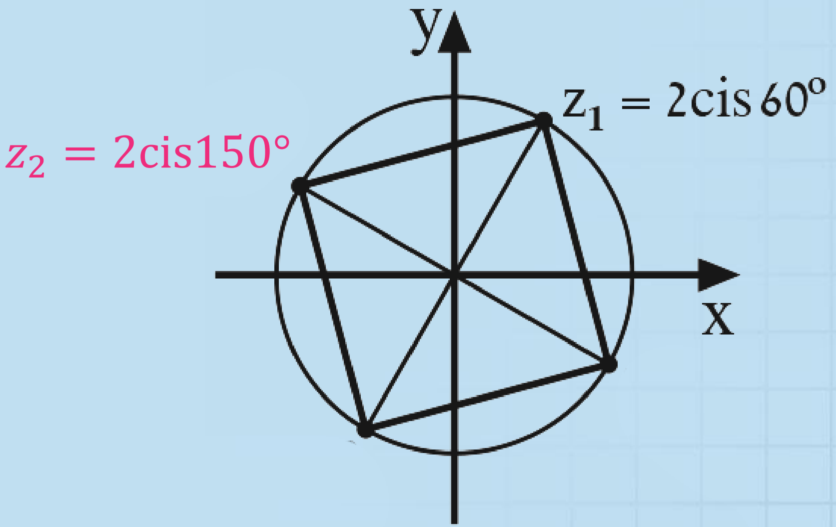


קודקוד אחד של ריבוע שחסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים הוא המספר $z_1 = 1+\sqrt{3}i$.
מצא את שלושת הקודקודים האחרים של הריבוע: z_2, z_3 ו-z_4.

פתרון

- רדיוס המעגל הוא 2
- רדיוס (הערך המוחלט) של שאר הקודקודים הוא 2
- בין כל זוג קודקודים צמודים יש הפרש של $90° = \frac{360°}{4}$ (בארגומנט)

$$z_2 = 2\left(\cos(60° + 90°) + i\sin(60° + 90°)\right)$$
$$= 2(\cos150° + i\sin150°)$$
$$= -\sqrt{3} + i$$

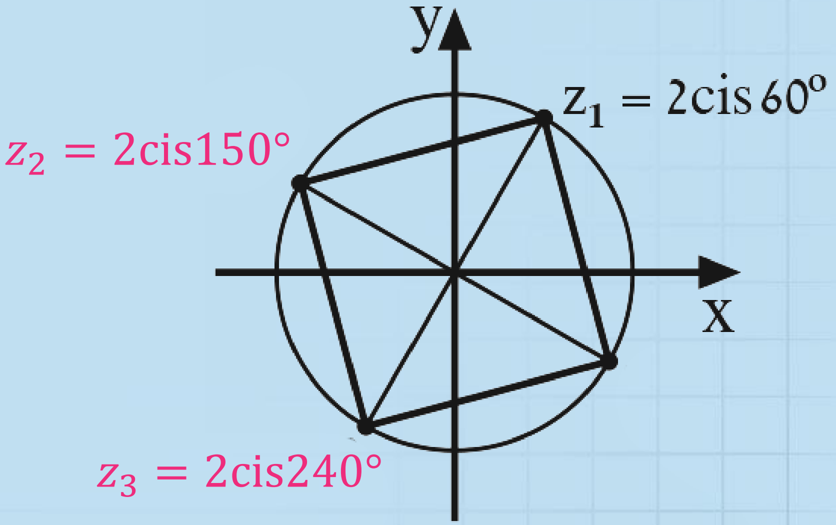


קודקוד אחד של ריבוע שחסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים הוא המספר $z_1 = 1+\sqrt{3}i$.
מצא את שלושת הקודקודים האחרים של הריבוע: z_2, z_3 ו-z_4.

פתרון

- רדיוס המעגל הוא 2
- רדיוס (הערך המוחלט) של שאר הקודקודים הוא 2
- בין כל זוג קודקודים צמודים יש הפרש של $\frac{360°}{4} = 90°$ (בארגומנט)

$$z_3 = 2\left(\cos(150° + 90°) + i\sin(150° + 90°)\right)$$
$$= 2(\cos 240° + i\sin 240°)$$
$$= -1 - \sqrt{3}i$$

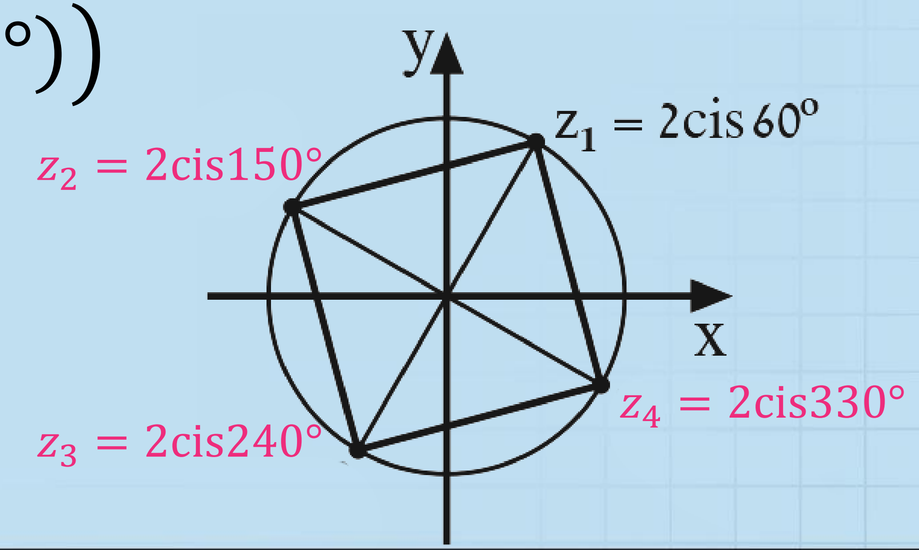


קודקוד אחד של ריבוע שחסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים הוא המספר $z_1 = 1+\sqrt{3}i$.
מצא את שלושת הקודקודים האחרים של הריבוע: z_2, z_3 ו-z_4.

פתרון

- רדיוס המעגל הוא 2
- רדיוס (הערך המוחלט) של שאר הקודקודים הוא 2
- בין כל זוג קודקודים צמודים יש הפרש של $\frac{360°}{4} = 90°$ (בארגומנט)

$$z_4 = 2\left(\cos(240° + 90°) + i\sin(240° + 90°)\right)$$
$$= 2(\cos 330° + i\sin 330°)$$
$$= \sqrt{3} - i$$



תרגיל לדוגמה

דוגמא ב׳:

מצא את המקום הגיאומטרי במישור של גאוס המתואר ע״י המשוואה: $|z-2| = 3$.

מצא את המקום הגיאומטרי במישור של גאוס המתואר ע"י המשוואה: $|z-2| = 3$.

פתרון

$$z = x + y \cdot i$$

$$|x + y \cdot i - 2| = 3$$

$$|x - 2 + y \cdot i| = 3$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 3$$

$$(x-2)^2 + y^2 = 9$$

מעגל שרדיוסו 3 ומרכזו ב- (2,0)

בהצלחה