# פתרון תרגיל

## משיק–פונקציות לוגריתמיות

**מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'**

**482 , עמ' 280, ת. 32**

המצגת נערכה ע"י דנה עידן

כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

# השאלה

**32)** לגרף הפונקציה $f(x)=\frac{\ln x}{\ln x+x}$ מעבירים משיק בנקודה שבה $x=1$ ומשיק שמקביל לציר ה-x.

א. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)=\ln x+x$.

(1) חשב את $g(0.55)$ ואת $g(0.6)$. (דייק עד שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

(2) האם תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $x>0$ בלבד? נמק.

(**הדרכה**: המכנה של הפונקציה $f(x)$ היא הפונקציה $g(x)$).

א. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.

# פתרון

**סעיף א':**

$$f(x)=\frac{lnx}{lnx+x}$$

$$f'(x)=\frac{(lnx)'\cdot(lnx+x)-lnx\cdot(lnx+x)'}{(lnx+x)^2}$$

$$f'(x)=\frac{\frac{1}{x}\cdot(lnx+x)-lnx\cdot\left(\frac{1}{x}+1\right)}{(lnx+x)^2}$$

א. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.

# פתרון

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot (lnx + x) - lnx \cdot \left(\frac{1}{x} + 1\right)}{(lnx + x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot lnx + 1 - \frac{1}{x} \cdot lnx - lnx}{(lnx + x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{1 - lnx}{(lnx + x)^2}$$

א. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.

# פתרון

**<u>משיק בנקודה $x = 1$</u>**

$$f'(x) = \frac{1 - lnx}{(lnx + x)^2}$$

$$f'(1) = \frac{1 - ln1}{(ln1 + 1)^2}$$

$$f'(1) = \frac{1 - 0}{(0 + 1)^2}$$

$$f'(1) = 1$$

א. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.

# פתרון

$$x = 1 \rightarrow f(x) = \frac{lnx}{lnx + x}$$

$$f(1) = \frac{ln1}{ln1 + 1}$$

$$f(1) = \frac{0}{1} = 0$$

א. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.

# פתרון

$$(1,0) \qquad\qquad m = 1$$

$$y - 0 = 1(x - 1)$$

$$y = x - 1$$

א. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.

# פתרון

**<u>משיק שמקביל לציר ה-x</u>**

$$\frac{1-lnx}{(lnx+x)^2}=0$$

$$1-lnx=0$$

$$lnx=1$$

$$x=e$$

א. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.

# פתרון

$$x = e \rightarrow f(x) = \frac{lnx}{lnx + x}$$

$$f(e) = \frac{lne}{lne + e}$$

$$f(e) = \frac{1}{1 + e}$$

נקודת ההשקה היא: $\left(e, \frac{1}{1+e}\right)$

א. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.

## פתרון

כיוון שהמשיק מקביל לציר ה-x, המשיק הוא ישר מהצורה: $y = b$

כיוון שנקודת ההשקה היא $\left(e, \frac{1}{1+e}\right)$, משוואת המשיק היא: $y = \frac{1}{1+e}$

יש למצוא את נקודת החיתוך בין שני המשיקים: $y = x - 1$ ו- $y = \frac{1}{1+e}$.

$$x - 1 = \frac{1}{1+e}$$

א.  מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.

## פתרון

$$x = 1 + \frac{1}{1+e}$$

$$x = \frac{1+e+1}{1+e} = \frac{2+e}{1+e}$$

לכן, נקודת החיתוך בין שני המשיקים היא: $\left(\frac{2+e}{1+e}, \frac{1}{1+e}\right)$

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \ln x + x$.

(1) חשב את $g(0.55)$ ואת $g(0.6)$. (דייק עד שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

# פתרון

**סעיף ב':**

(1)

$$g(x) = x + lnx$$

$$g(0.55) = 0.55 + ln(0.55) = -0.047$$

$$g(0.6) = 0.6 + ln(0.6) = 0.089$$

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \ln x + x$.

(2) האם תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $x > 0$ בלבד? נמק.

# פתרון

(2) תחום ההגדרה של $f(x) = \frac{lnx}{lnx+x}$ :

התנאי הראשון שצריך להתקיים הוא: $x > 0$

התנאי השני שצריך להתקיים הוא: $lnx + x \neq 0$

אנחנו לא יודעים לפתור את המשוואה: $lnx + x = 0$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \ln x + x$.

(2) האם תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $x > 0$ בלבד? נמק.

# פתרון

השאלה היא האם למשוואה $\ln x + x = 0$ יש פתרון.

ניעזר בסעיף ב' (1). על-פי ההגדרה: $g(x) = \ln x + x$ ,

אפשר לכתוב כי: $g(0.55) = -0.047 < 0$

$$g(0.6) = 0.089 > 0$$

**מסקנה**: קיים מספר בין 0.55 ל-0.6 שמאפס את הפונקציה $g(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = \ln x + x$.

(2) האם תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$ הוא $x > 0$ בלבד? נמק.

# פתרון

כלומר, קיים $x$ כך ש- : $0.55 < x < 0.6$ עבורו $g(x) = 0$

ולכן, תחום ההגדרה הוא **לא** רק $x > 0$ .

$x$ חייב גם להיות שונה ממספר מסוים שנמצא בין 0.55 ל-0.6

(המספר שמאפס את המכנה של הפונקציה $f(x)$ )

# בהצלחה