הקנייה

משפט דמיון שני

מתמטיקה (4–5 יח"ל) חלק א'

481–581 , עמ' 346–347

המצגת נערכה ע״י טל מדר

הקנייה

נלמד עכשיו על **משפט הדמיון השני** שניסוחו דומה למשפט החפיפה השני (זוית, צלע, זוית). משפט זה הוא השימושי ביותר להוכחת דמיון משולשים.

משפט דמיון שני:

אם שתי זויות במשולש אחד שוות בהתאמה לשתי זויות במשולש שני אז המשולשים דומים.

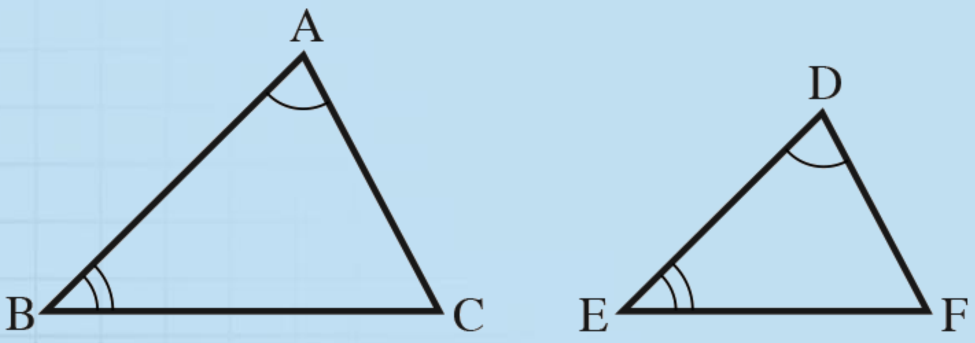
ניסוח משפט הדמיון השני **בשפה מתמטית:**

אם בשני משולשים ABC ו-DEF **מתקיים:**

$\sphericalangle A = \sphericalangle D$,

$\sphericalangle B = \sphericalangle E$.

אז: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.



הקנייה

הסבר כללי של ההוכחה:

מסמנים נקודות G ו-H על הצלעות AB ו-AC של המשולש ABC כך שמתקיים $AG = DE$ ו-$AH = DF$. ע"ס משפט החפיפה הראשון מקבלים $\Delta AGH \cong \Delta DEF$.

ע"ס הנתון $\measuredangle B = \measuredangle E$ מקבלים $GH \parallel BC$. ע"ס הרחבה (I) של משפט תלס מקבלים $\Delta ABC \sim \Delta AGH$ ולכן $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

הקנייה

הערות:

א) מדמיון המשולשים ABC ו-DEF עפ"י הנתונים הנ"ל נובעים **שוויונים נוספים** והם:

(1) $\sphericalangle C = \sphericalangle F$, **(2)** $\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$.

ב) משפט הדמיון השני נקרא גם "**זוית, זוית**" או בקיצור **ז.ז.**

ג) ניסוח מקוצר של משפט דמיון שני הוא:

אם בשני משולשים שתי זויות שוות בהתאמה אז המשולשים דומים.

ד) כדאי לשים לב, ללא קשר לדמיון משולשים, שאם בשני משולשים שוות בהתאמה שתי זויות אז גם הזוית השלישית שווה כי בכל משולש סכום הזויות הוא 180°.

הקנייה

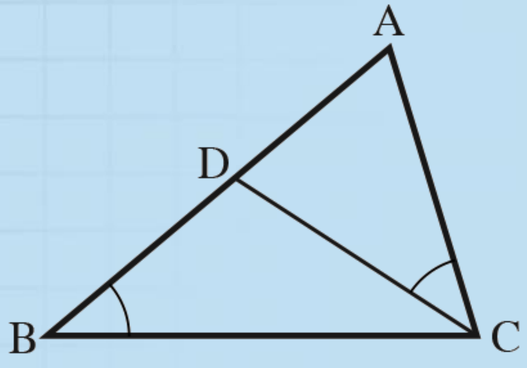
דוגמא:

D היא נקודה על הצלע AB במשולש ABC.

נתון: $\angle B = \angle ACD$, ‏6 ס"מ $= AC$, ‏9 ס"מ $= AB$.

א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta ACD$.

ב. חשב את AD.



פתרון:

א. נוכיח שהמשולשים ABC ו-ACD דומים.

הוכחה:

$\angle A = \angle A$ (זווית משותפת)

$\angle B = \angle ACD$ (נתון)

$\Downarrow$

$\Delta ABC \sim \Delta ACD$ (עפ"י משפט הדמיון ז.ז.)

מש"ל.

הקנייה

ב. לאחר שהוכחנו דמיון בין המשולשים נרשום את **היחסים בין הצלעות המתאימות.**
ניתן למצוא את הצלעות המתאימות עפ"י הזויות המתאימות שהן **השוות נמצאות מולן**
וזאת עפ"י **סדר הקודקודים** שבדמיון. נקבל: $\frac{BC}{CD} = \frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AC}$. **שים לב:** הצלע
AC מופיעה בשני המשולשים ולכן פעם אחת היא במכנה ופעם שנייה היא במונה.
בדרך כלל כדי לבצע חישובים **מספיקים** רק **שני זוגות** של צלעות מתאימות.
נציב את הנתונים ונסמן $AD = x$. משני הזוגות שמשמאל נקבל $\frac{6}{x} = \frac{9}{6}$.
מכאן: $9x = 6 \cdot 6 = 36$ ולכן $x = 4$.
לסיכום: $AD = 4$ ס"מ.

הקנייה

מסקנות ממשפט דמיון שני (זווית, זווית):

א) כל המשולשים ישרי הזווית בעלי זווית חדה שווה – דומים.

ב) כל המשולשים שווי השוקיים בעלי זווית בסיס שווה – דומים.

ג) כל המשולשים שווי השוקיים בעלי זווית ראש שווה – דומים.

ד) כל המשולשים ישרי הזווית ושווי השוקיים – דומים.

ה) כל המשולשים שווי הצלעות – דומים.

בהצלחה