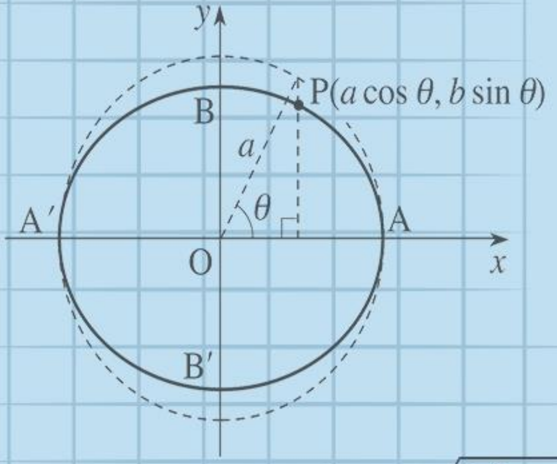
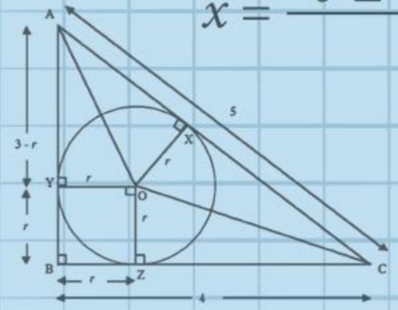
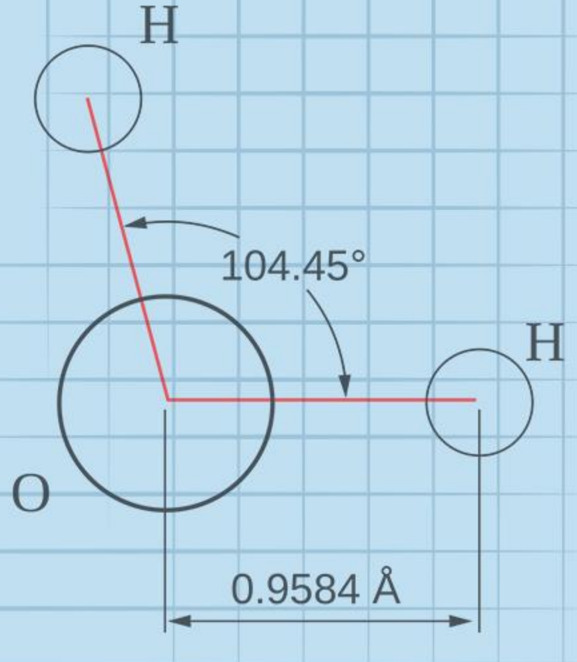
תרגיל לדוגמה

חקירת פונקציה–
פונקציות מעריכיות
מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

482 , עמ' 243, דוגמה ב'

המצגת נערכה ע״י דנה עידן
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע״מ

תרגיל לדוגמה

דוגמא ב׳:

חקור את הפונקציה $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$ עפ״י הסעיפים הבאים ומצא:

א. תחום הגדרה.

ב. נקודות קיצון.

ג. תחומי עלייה וירידה.

ד. נקודות חיתוך עם הצירים.

ה. אסימפטוטה המאונכת לציר ה-x.

ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{e^x}{x-1}$$

פתרון:

א. **תחום הגדרה** – הפונקציה לא מוגדרת כאשר המכנה שווה ל-0. זה קורה כאשר $x = 1$ ולכן תחום ההגדרה הוא $x \neq 1$.

ב. **נקודות קיצון** – נגזור את הפונקציה ונשווה ל-0. נקבל:

$$f'(x) = \frac{e^x(x-1) - e^x \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2} = 0.$$

תרגיל לדוגמה

$$.f'(x) = \frac{e^x(x-1) - e^x \cdot 1}{(x-1)^2} = \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2} =$$

פתרון המשוואה $e^x(x-2) = 0$ הוא $x = 2$ כי $.e^x > 0$ כדי לקבוע את סוג הקיצון מספיק לגזור את הביטוי $.x-2$ הנגזרת היא 1 ולכן ב-$x = 2$ יש מינימום.

ע״י הצבת $x = 2$ בפונקציה נקבל $,y = e^2$ לכן לפונקציה יש נקודת קיצון אחת והיא הנקודה $(2, e^2)$ שבה יש לה מינימום.

תרגיל לדוגמה

$$f'(x) = \frac{e^{x}(x-2)}{(x-1)^2}$$

ג. **תחומי עלייה וירידה** – בהתחשב בנקודת הקיצון של הפונקציה ובתחום ההגדרה שלה נקבל: הפונקציה עולה בתחום $x > 2$ ויורדת בתחום $x < 1$ או $1 < x < 2$.

x	$x < 1$	1	$1 < x < 2$	2	$x > 2$
$f'(x)$	$-$		$-$	0	$+$
עלייה ירידה	$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$

תרגיל לדוגמה

$$f(x) = \frac{e^x}{x-1}$$

ד. **נקודות החיתוך עם הצירים** –

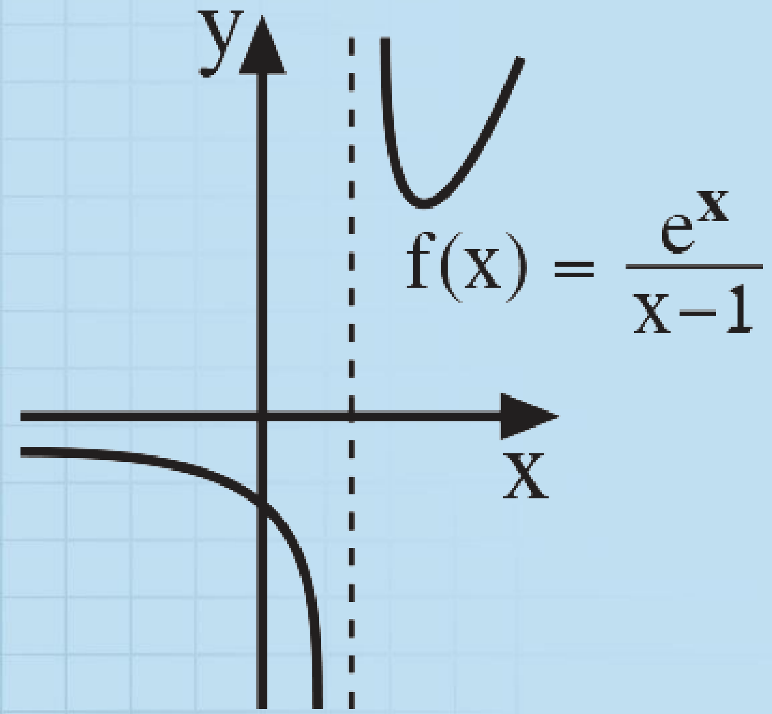
חיתוך עם ציר ה-y – אם נציב $x = 0$ בפונקציה נקבל $y = -1$ ולכן הפונקציה חותכת את ציר ה-y בנקודה $(0, -1)$.

חיתוך עם ציר ה-x – קל לראות שהפונקציה לא חותכת את ציר ה-x כי למשוואה

$e^x = 0$ אין פתרון.

תרגיל לדוגמה

ה. **אסימפטוטה המאונכת לציר ה-x** – המכנה של הפונקציה שווה ל-0 כאשר $x = 1$. קל לראות שהמונה לא שווה ל-0 כאשר $x = 1$, לכן הישר $x = 1$ הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה.



ו. **שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה** –
ניתן להיעזר בטבלה. הגרף מופיע משמאל.

x	$x < 1$	1	$1 < x < 2$	2	$x > 2$
$f'(x)$	$-$		$-$	0	$+$
עלייה ירידה	↘		↘		↗

בהצלחה