הקנייה

אסימפטוטות אופקיות–
פונקציות מעריכיות
מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ג'

482 , עמ' 239

המצגת נערכה ע"י דנה עידן

הקנייה

אסימפטוטות אופקיות – פונקציות מעריכיות

נדון עכשיו באסימפטוטות אופקיות. נזכיר תחילה את ההגדרה:

אסימפטוטה אופקית – ישר מהצורה $y = b$ המקביל לציר ה-x (או מתלכד איתו) נקרא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $f(x)$ אם כאשר x שואף ל-$+\infty$ או ל-$-\infty$ המרחק בין גרף הפונקציה $f(x)$ לישר $y = b$ שואף לאפס.

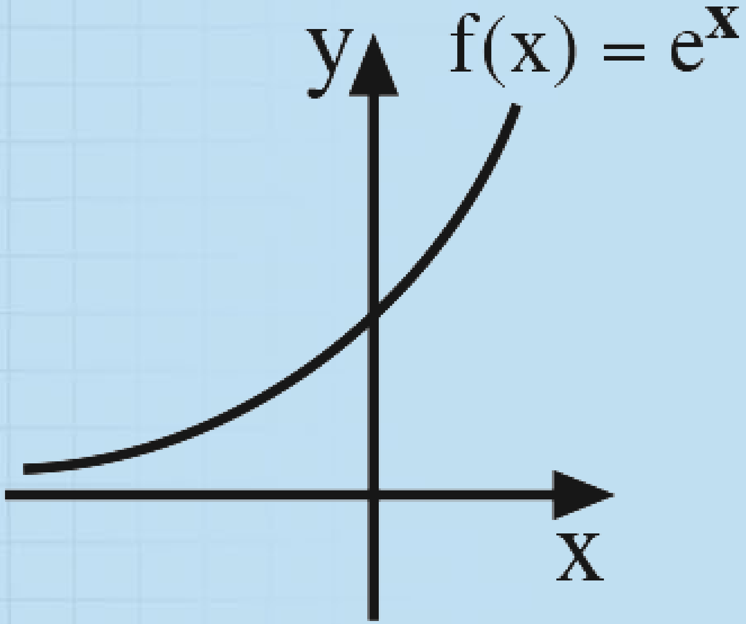
מציאת אסימפטוטות אופקיות של פונקציות הכוללות פונקציות מעריכיות היא בהחלט שונה ממציאת אסימפטוטות מסוג זה בפונקציות מנה כמו פונקציות רציונאליות או פונקציות מנה שכוללות שורשים ריבועיים כי מופיע ביטוי כמו e^x. במקרה כזה לא תמיד נוכל לחלק מונה ומכנה בחזקה הגבוהה של x כפי שעשינו עד כה. נדון רק במקרים מאוד פשוטים.

הקנייה

האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x) = e^x$:

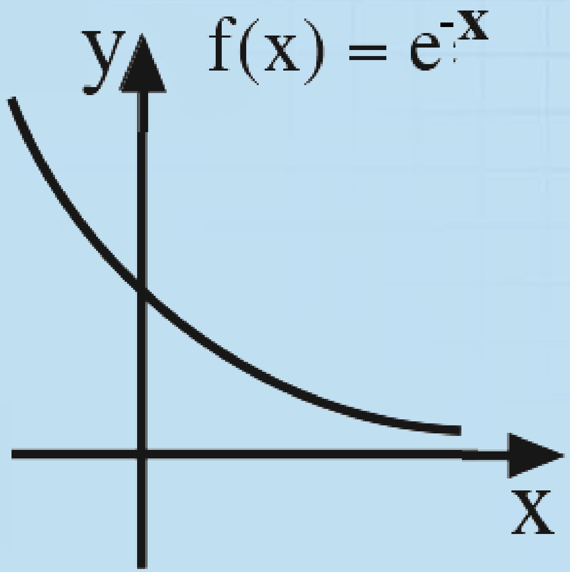
אם נתבונן בגרף של הפונקציה $f(x) = e^x$

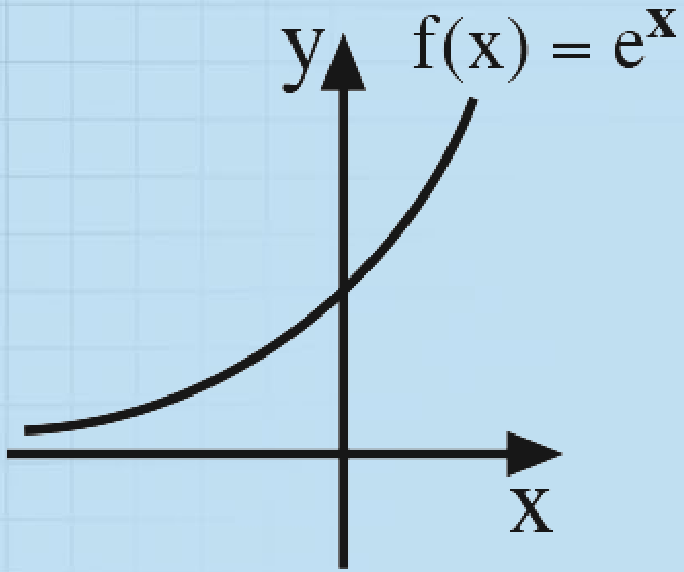
נראה שציר ה-x הוא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה. נוכל לסכם:



הישר $y = 0$ (ציר ה-x) הוא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $f(x) = e^x$ כאשר $x \to -\infty$.

הקנייה



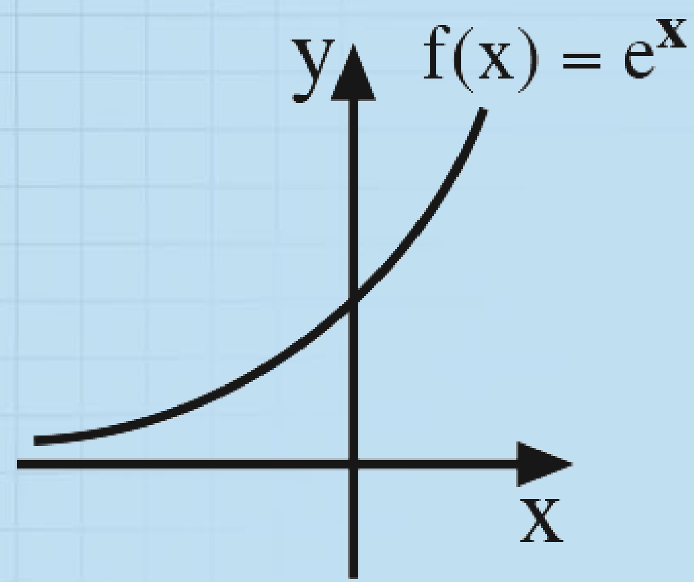


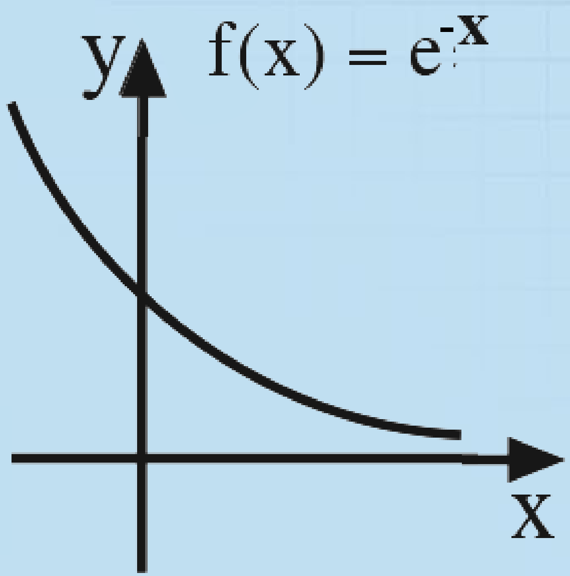
הערות:

א) כפי שראינו המרחק בין גרף הפונקציה $f(x) = e^x$ לציר ה-x שואף לאפס רק כאשר $x \to -\infty$. אם $x \to \infty$ **אין** לפונקציה $f(x) = e^x$ אסימפטוטה אופקית.

ב) האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x) = e^{-x}$ גם היא הישר $y = 0$ (ציר ה-x) אלא שהפעם המרחק בין גרף הפונקציה לציר ה-x שואף לאפס רק כאשר $x \to \infty$ ולא כאשר $x \to -\infty$.

הקנייה





ג) לפונקציות $f(x) = e^{x}$ ו-$f(x) = e^{-x}$ אין אסימפטוטות אנכיות.

ד) גם לפונקציה מעריכית מהצורה $\mathbf{f(x) = a^{x}}$ $(a > 0, \quad a \neq 1)$ יש אסימפטוטה אופקית והיא **הישר** $\mathbf{y = 0}$ (ציר ה-x).

הקנייה

דוגמא ב׳:

מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x) = 3 + e^{2x}$.

פתרון:

קל לראות שכאשר $x \to \infty$ אין לפונקציה אסימפטוטה אופקית כי הביטוי e^{2x} שואף לאינסוף. לעומת זאת כאשר $x \to -\infty$ הביטוי e^{2x} שואף ל-0 ולכן הישר $y = 3$ הוא אסימפטוטה אופקית של הפונקציה $f(x)$.

בהצלחה