

$$\int_0^3 (9x^2 + 2x + 4) dx = \left[3x^3 + x^2 + 4x + C \right]_0^3 = 102$$

$$e^{x+iy} = e^x (\cos y + i \sin y)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



$$\int_a^b f(x) dx$$

פתרון מתכונת

שאלה 4-מבחן 1

שאלון 582

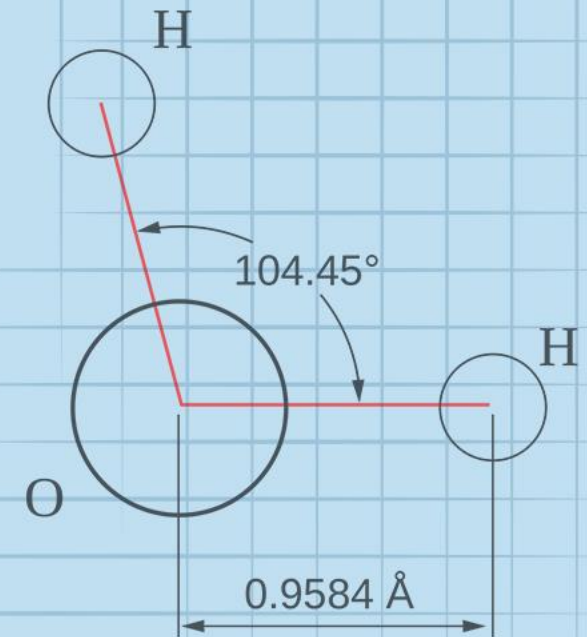
המצגת נערכה ע"י שירי דוברין
כל הזכויות שמורות לוויסקול לימודים מקוונים בע"מ

$$\nabla \xi \cdot \frac{\partial^\epsilon \chi}{\partial p^\epsilon} + \nabla \zeta \wedge \frac{\partial^\gamma \psi}{\partial q^\gamma} = 0$$

$$\oint_{\text{全てのスペース}} (E + H \wedge T) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial \phi \partial z} d\Omega d\tau = \frac{\Gamma(\mathcal{H}) \zeta(\Omega, \tau)}{(2\pi)^{\mathcal{H}} \mathcal{K}}$$

$$dF = \frac{\langle \Phi | \zeta | \Psi \rangle}{(2\pi)^{\mathcal{H}} c^2} \left[\gamma d\Sigma + \mathbf{b} \frac{\partial \xi}{\partial z} \wedge d\xi \right]$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



השאלה

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}}$.

א. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים ואת נקודות הקיצון. (בתשובתכם, דייקו עד שתי ספרות לאחר הנקודה העשרונית).

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. לקחו 8 ק"ג מחומר רדיואקטיבי א' שזמן מחצית החיים שלו הוא 3 חודשים

ו-6 ק"ג של חומר רדיואקטיבי ב' שזמן מחצית החיים שלו הוא חצי שנה.

נסמן ב- x את זמן ההתפרקות בחודשים, נסמן ב- $M(x)$ את כמות החומר הרדיואקטיבי א'

כעבור x חודשים ונסמן ב- $N(x)$ את כמות החומר הרדיואקטיבי ב' כעבור x חודשים.

השאלה

(1) הוכיחו כי $N(x) - M(x) = f(x)$.

(2) כעבור כמה זמן יהיו משקלי שני החומרים שווים זה לזה?

(בתשובתכם, דייקו עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

(3) כמה זמן יחלוף מהרגע שבו משקלי שני החומרים יהיו שווים זה לזה ועד לרגע שבו יהיה ההפרש

בין משקל חומר ב' למשקל חומר א' הגדול ביותר? מהו ההפרש המקסימלי?

(4) כעבור כמה זמן סכום המשקלים שיישארו מחומרים א' ו-ב' ביחד יהיה 2 ק"ג?

$$f(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}}$$

א. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים ואת נקודות הקיצון.

פתרון

חיתוך עם הצירים:

חיתוך עם ציר y , נדרוש $x = 0$:

$$f(0) = 6 \cdot 1 - 8 \cdot 1 = -2$$

$(0, -2)$

חיתוך עם ציר x , נדרוש $y = 0$:

$$6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}} = 0$$

$$f(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}}$$

א. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים ואת נקודות הקיצון.

פתרון

$$6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}} = 0$$

$$3 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 4 \cdot 2^{-\frac{x}{3}} = 0$$

$$3 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 2^2 \cdot 2^{-\frac{x}{3}} = 0$$

$$3 = \frac{2^{2-\frac{x}{3}}}{2^{-\frac{x}{6}}} = 2^{2-\frac{x}{6}}$$

$$f(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}}$$

א. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים ואת נקודות הקיצון.

פתרון

$$2^{2-\frac{x}{6}} = 3$$

$$\log_2 3 = 2 - \frac{x}{6}$$

$$1.58 = 2 - \frac{x}{6}$$

$$x = 2.49$$

לפי הגדרת ה- \log :

$$(2.49, 0)$$

$$f(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}}$$

א. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים ואת נקודות הקיצון.

פתרון

נקודות קיצון:

$$f'(x) = 0 \text{ נדרוש:}$$

$$f'(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} \cdot \ln 2 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}} \cdot \ln 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$f'(x) = -2^{-\frac{x}{6}} \cdot \ln 2 + \frac{8}{3} \cdot 2^{-\frac{x}{3}} \cdot \ln 2 = \ln 2 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} \left(-1 + \frac{8}{3} \cdot 2^{-\frac{x}{6}}\right)$$

$$f(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}}$$

א. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים ואת נקודות הקיצון.

פתרון

$$f'(x) = \ln 2 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} \left(-1 + \frac{8}{3} \cdot 2^{-\frac{x}{6}} \right) = 0$$

$$\frac{8}{3} \cdot 2^{-\frac{x}{6}} = 1$$

$$2^{-\frac{x}{6}} = \frac{3}{8}$$

$$f(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}}$$

א. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים ואת נקודות הקיצון.

פתרון

$$2^{-\frac{x}{6}} = \frac{3}{8}$$

$$\log_2 \frac{3}{8} = -\frac{x}{6}$$

$$-1.41 = -\frac{x}{6}$$

$$x = 8.49$$

לפי הגדרת ה- \log :


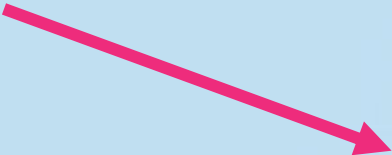
$$f(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}}$$

א. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים ואת נקודות הקיצון.

פתרון

נאבחן את הנקודה החשודה באמצעות סימן הנגזרת הראשונה $f'(x)$

$$f'(x) = \ln 2 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} \left(-1 + \frac{8}{3} \cdot 2^{-\frac{x}{6}} \right)$$

	$x = 8.49$	
$f'(0) > 0$		$f'(12) < 0$

$$f(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}}$$

א. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים ואת נקודות הקיצון.

פתרון

עבור $x = 8.49$ לפונקציה נקודת קיצון מסוג מקסימום

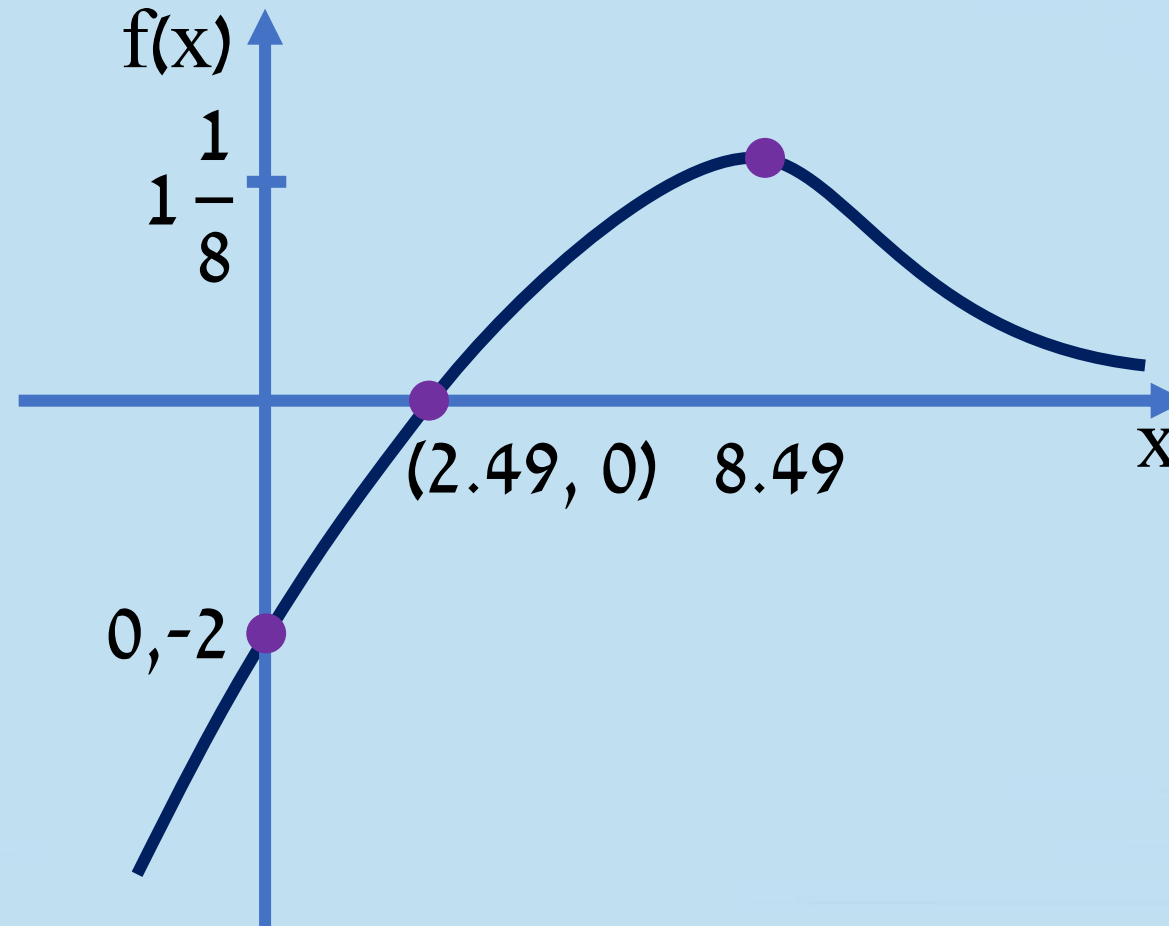
$$f(8.49) = \frac{9}{8}$$

נקודת מקסימום $\left(8.49, \frac{9}{8}\right)$

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

$$f(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}}$$

פתרון



$$(1) \text{ הוכיחו כי } N(x) - M(x) = f(x).$$

פתרון

ב. לקחו 8 ק"ג מחומר רדיואקטיבי א' שזמן מחצית החיים שלו הוא 3 חודשים ו-6 ק"ג של חומר רדיואקטיבי ב' שזמן מחצית החיים שלו הוא חצי שנה. נסמן ב- x את זמן ההתפרקות בחודשים, נסמן ב- $M(x)$ את כמות החומר הרדיואקטיבי א' כעבור x חודשים ונסמן ב- $N(x)$ את כמות החומר הרדיואקטיבי ב' כעבור x חודשים.

$$(1) \text{ הוכיחו כי } N(x) - M(x) = f(x)$$

פתרון

חומר א'

$$M(x) = M_0 \cdot q^t = 8 \cdot q_{\mathcal{N}}^x$$

נמצא את קצב הדעיכה של חומר א'

$$t_{\frac{1}{2}} = 3 \text{ month}$$



$$q_{\mathcal{N}}^3 = \frac{1}{2}$$

$$(1) \text{ הוכיחו כי } N(x) - M(x) = f(x)$$

פתרון

חומר א'

$$q_N = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{1}{3}}$$



$$M(x) = 8 \cdot 2^{-\frac{1}{3}x}$$

$$(1) \text{ הוכיחו כי } N(x) - M(x) = f(x)$$

פתרון

חומר ב'

$$N(x) = M_0 \cdot q^t = 6 \cdot q_{\frac{1}{2}}^x$$

נמצא את קצב הדעיכה של חומר ב'

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \text{ year} = 6 \text{ month}$$



$$q_{\frac{1}{2}}^6 = \frac{1}{2}$$

$$(1) \text{ הוכיחו כי } N(x) - M(x) = f(x)$$

פתרון

חומר ב'

$$q_{\text{ב}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}} = 2^{-\frac{1}{6}}$$



$$N(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{1}{6}x}$$

$$(1) \text{ הוכיחו כי } N(x) - M(x) = f(x)$$

פתרון



$$N(x) - M(x) = 6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} - 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}} = f(x)$$

מ.ש.ל

(2) כעבור כמה זמן יהיו משקלי שני החומרים שווים זה לזה?

פתרון

$$N(x) = M(x)$$

נחפש ערך x כך ש:

$$N(x) - M(x) = 0$$



$$f(x) = 0$$

(2) כעבור כמה זמן יהיו משקלי שני החומרים שווים זה לזה?

פתרון

עפ"י סעיף א': $x = 2.49$

לאחר 2.49 חודשים, משקלי שני החומרים יהיו שווים זה לזה

(3) כמה זמן יחלוף מהרגע שבו משקלי שני החומרים יהיו שווים זה לזה ועד לרגע שבו יהיה ההפרש בין משקל חומר ב' למשקל חומר א' הגדול ביותר? מהו ההפרש המקסימלי?

פתרון

הפרש מקסימלי בין $M(x)$ ו- $N(x)$



נקודת מקסימום עבור הפונקציה $f(x)$

עפ"י סעיף א': $\left(8.49, \frac{9}{8}\right)$ נקודת מקסימום של הפונקציה $f(x)$

(3) כמה זמן יחלוף מהרגע שבו משקלי שני החומרים יהיו שווים זה לזה ועד לרגע שבו יהיה ההפרש בין משקל חומר ב' למשקל חומר א' הגדול ביותר? מהו ההפרש המקסימלי?

פתרון

לאחר 8.49 חודשים (מזמן $t = 0$) ההפרש בין המשקלים יהיה **מקסימלי** ויעמוד על $\frac{9}{8}$ ק"ג

הזמן שיחלוף מהרגע בו שני המשקלים יהיו שווים ($t = 2.49$) ועד הזמן שבו ההפרש הוא מקסימלי ($t = 8.49$):

$$t = 8.49 - 2.49 = 6$$

יחלפו 6 חודשים

(4) כעבור כמה זמן סכום המשקלים שיישארו מחומרים א' ו-ב' ביחד יהיה 2 ק"ג?

פתרון

$$N(x) + M(x) = 2$$

דרישה:

$$6 \cdot 2^{-\frac{x}{6}} + 8 \cdot 2^{-\frac{x}{3}} = 2$$

$$6t + 8t^2 = 2$$

$$t = 2^{-\frac{x}{6}} \text{ :נסמן}$$

$$4t^2 + 3t - 1 = 0$$

(4) כעבור כמה זמן סכום המשקלים שיישארו מחומרים א' ו-ב' ביחד יהיה 2 ק"ג?

פתרון

$$4t^2 + 3t - 1 = 0$$

עפ"י נוסחת השורשים:

$$t = \frac{1}{4}$$

$$t = -1$$

$$2^{-\frac{x}{6}} = \frac{1}{4}$$

~~$$2^{-\frac{x}{6}} = -1$$~~

ביטוי מעריכי

חיובי לכל x

(4) כעבור כמה זמן סכום המשקלים שיישארו מחומרים א' ו-ב' ביחד יהיה 2 ק"ג?

פתרון

$$2^{-\frac{x}{6}} = \frac{1}{4} = 2^{-2}$$

$$-\frac{x}{6} = -2$$

$$x = 12$$

לאחר 12 חודשים סכום המשקלים שיישארו מחומרים א' ו-ב' יהיה 2 ק"ג

בהצלחה