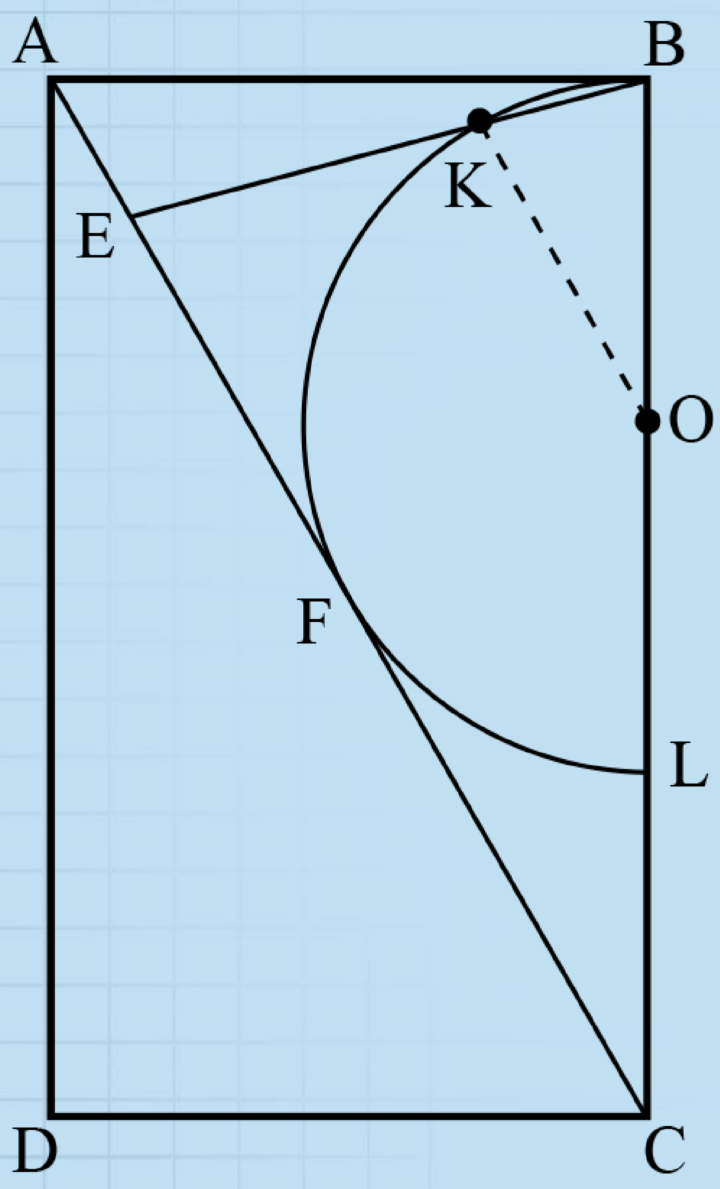
פתרון מתכונת

שאלה 4–מבחן 1

שאלון 581

השאלה



4) הצלע BC של מלבן $ABCD$, עוברת דרך מרכז חצי מעגל O. רדיוס חצי המעגל הוא R.

האלכסון AC משיק לחצי המעגל בנקודה F.

K היא נקודה הנמצאת על חצי המעגל.

המשך BK חותך את האלכסון AC בנקודה E.

נתון: $AB = CF$, $CE = AD$, $OB = R$.

א. חשבו את זוויות המשולש BCE.

ב. הוכיחו: $OK \parallel AC$.

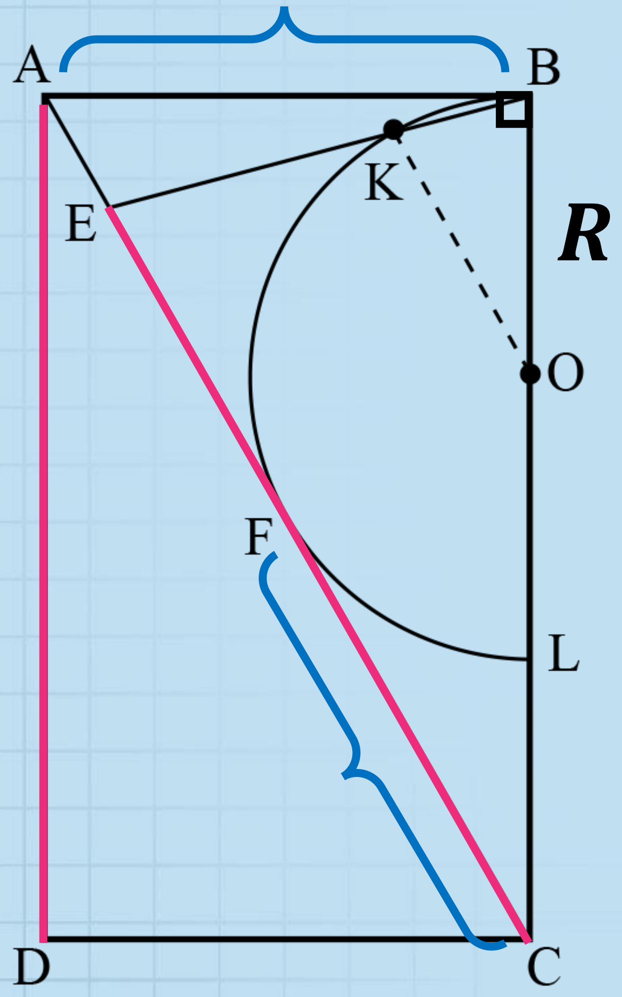
ג. הוכיחו: $BK = \frac{1}{3} \cdot BE$.

ד. הביעו באמצעות R את שטח המלבן $ABCD$.

נתון: $AB = CF$ $CE = AD$, $OB = R$.

א. חשבו את זוויות המשולש BCE.

פתרון



נסמן את הנתונים על הסרטוט

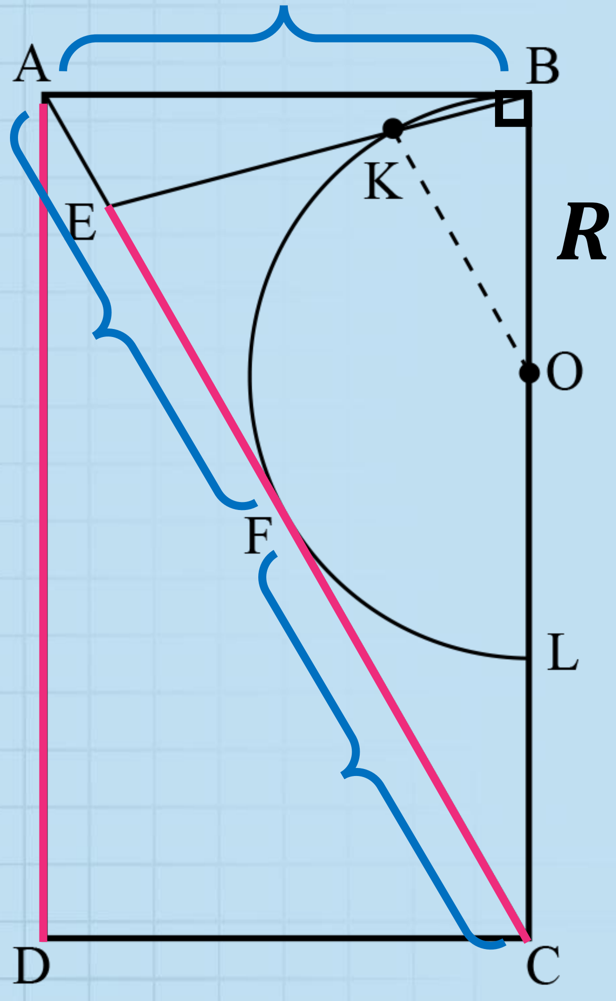
$AB = CF$

$CE = AD$

$\measuredangle ABC = 90^\circ$ זווית פנימית במלבן $ABCD$
זווית ישרה

נתון: $AB = CF$ $CE = AD,$ $OB = R,$. א. חשבו את זוויות המשולש BCE.

פתרון



$\Downarrow$

AB משיק למעגל בנקודה B

ישר המאונך לרדיוס בקצהו הוא משיק למעגל

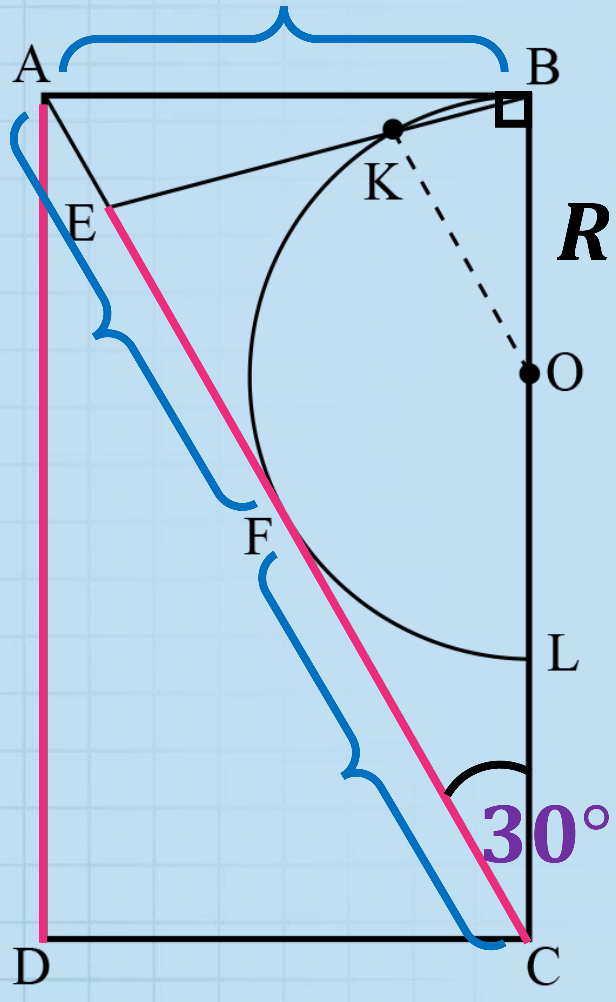
AF משיק למעגל בנקודה F (נתון)

$\Downarrow$

$\boldsymbol{AB = AF}$ שני משיקים לאותו מעגל היוצאים מאותה נקודה שווים באורכם

נתון: $AB = CF$, $CE = AD$, $OB = R$.   א. חשבו את זוויות המשולש BCE.

פתרון



⇓

ΔABC משולש $30°,60°,90°$

משולש ישו"ז $(\measuredangle ABC = 90°)$ בו הניצב הקטן (AB) שווה למחצית היתר (AC)

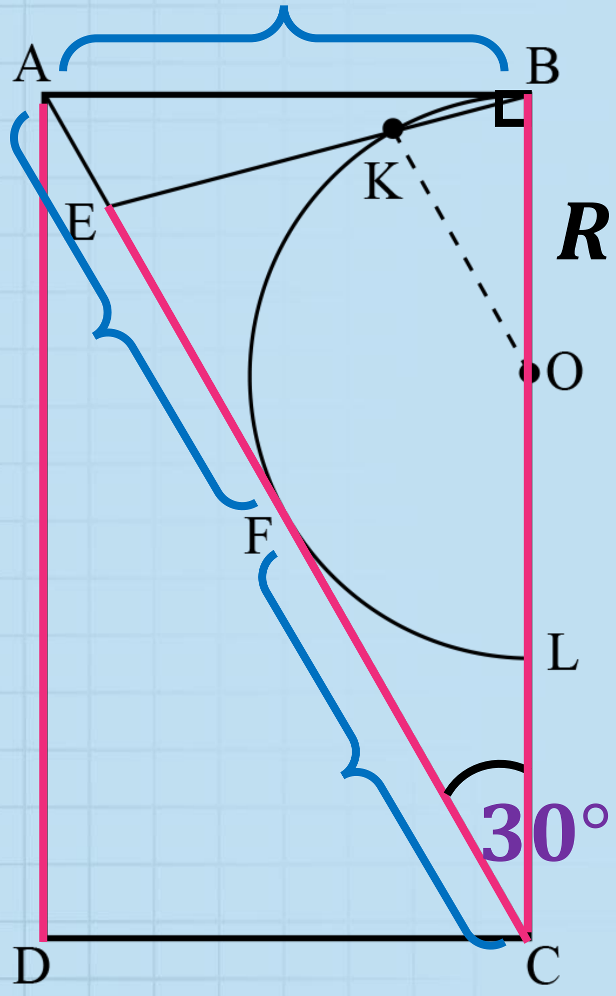
⇓

$\measuredangle ACB = 30°$ הזווית המונחת מול הניצב הקטן במשולש $30°,60°,90°$

נתון: $AB = CF$, $CE = AD$, $OB = R$.

א. חשבו את זוויות המשולש BCE.

פתרון



$BC = AD$ צלעות נגדיות במלבן $ABCD$ שוות

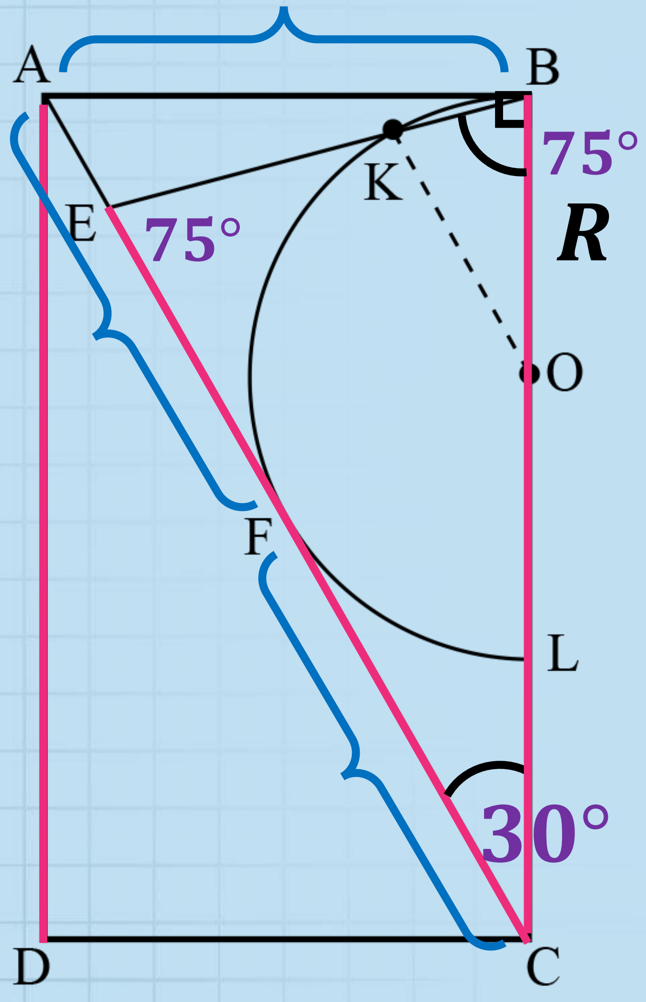
$\Downarrow$

$$\sphericalangle CEB = \sphericalangle EBC = \frac{180° - 30°}{2} = 75°$$

מול צלעות שוות במשולש ΔBCE מונחות זוויות שוות, המשלימות את $\sphericalangle ACB$ ל- $180°$

נתון: $AB = CF$, $CE = AD$, $OB = R$.   א. חשבו את זוויות המשולש BCE.

פתרון



זוויות המשולש ΔBCE :

$$\sphericalangle ACB = 30^\circ$$

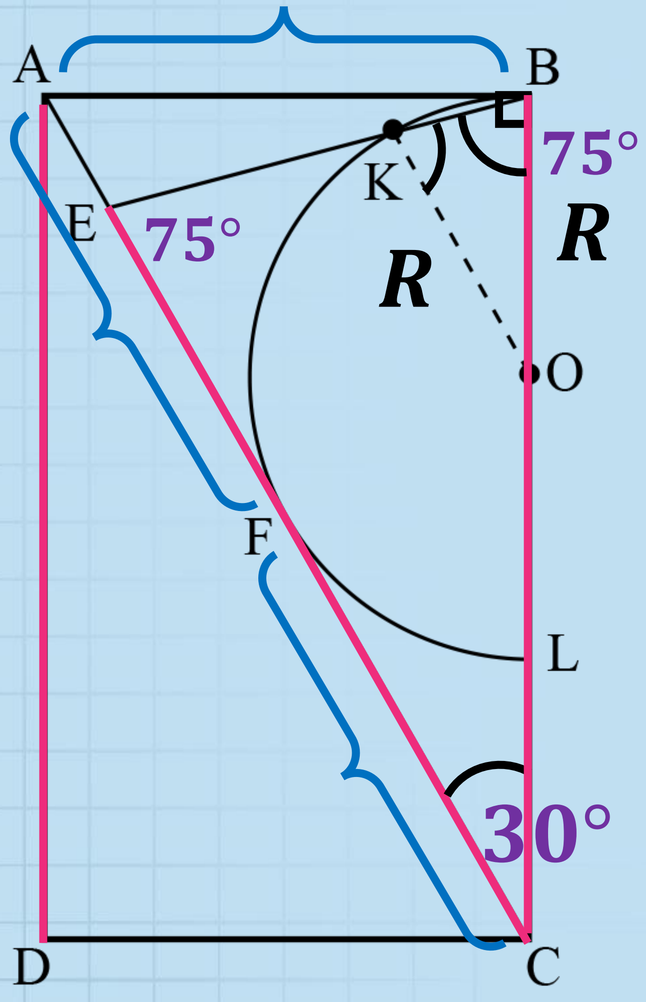
$$\sphericalangle CEB = \sphericalangle EBC = 75^\circ$$

מ.ש.ל א'

נתון: $AB = CF$,$CE = AD$,$OB = R$.

ב. הוכיחו: $OK \parallel AC$.

פתרון



$OB = OK = R$ רדיוסים במעגל

$\Downarrow$

$\sphericalangle OKB = \sphericalangle EBC = 75°$

מול צלעות שוות במשולש ΔBOK מונחת זוויות שוות

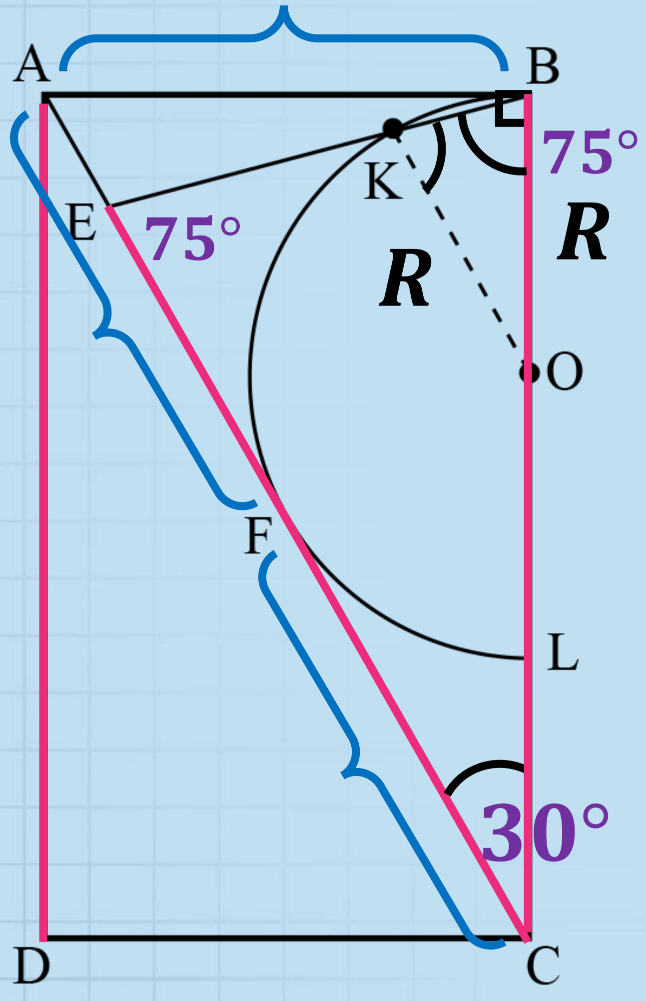
$\Downarrow$

$\sphericalangle OKB = \sphericalangle CEB = 75°$

נתון: $AB = CF$, $CE = AD$, $OB = R$.

ב. הוכיחו: $OK \parallel AC$.

פתרון



$\Downarrow$

$OK \parallel AC$

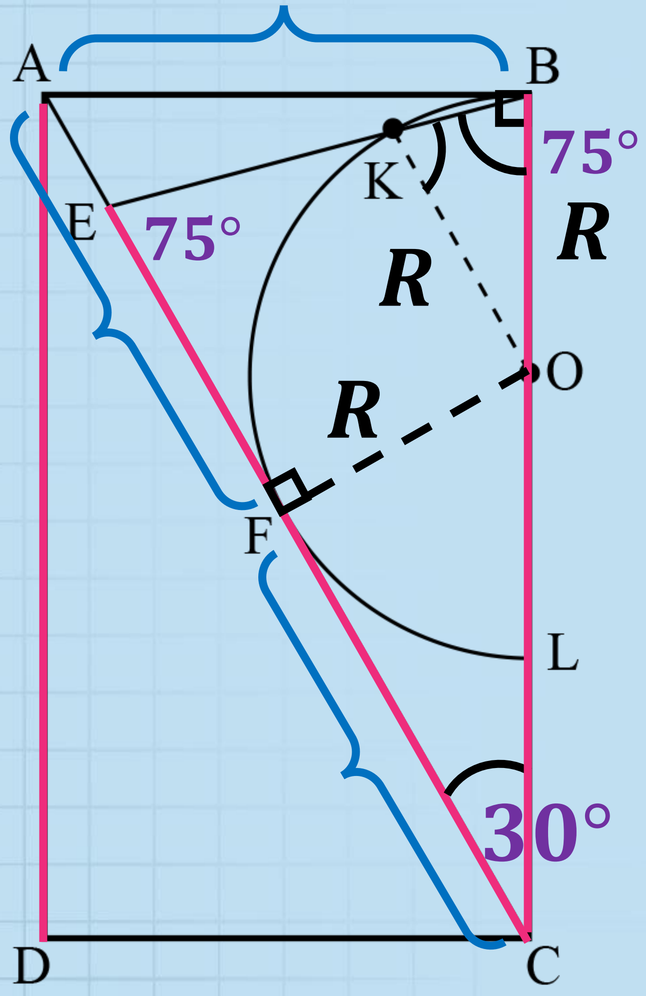
שני הישרים נחתכים ע״י הישר EB. אם יש זוג זוויות מתאימות שוות, אז הישרים מקבילים

מ.ש.ל ב׳

נתון: $AB = CF$, $CE = AD$, $OB = R$.

ג. הוכיחו: $BK = \frac{1}{3} \cdot BE$.

פתרון



ב.ע. : $OF = R$ רדיוס במעגל

$\Downarrow$

$OF \perp AC$ רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה

$\Downarrow$

ΔOFC משולש $30°,60°,90°$

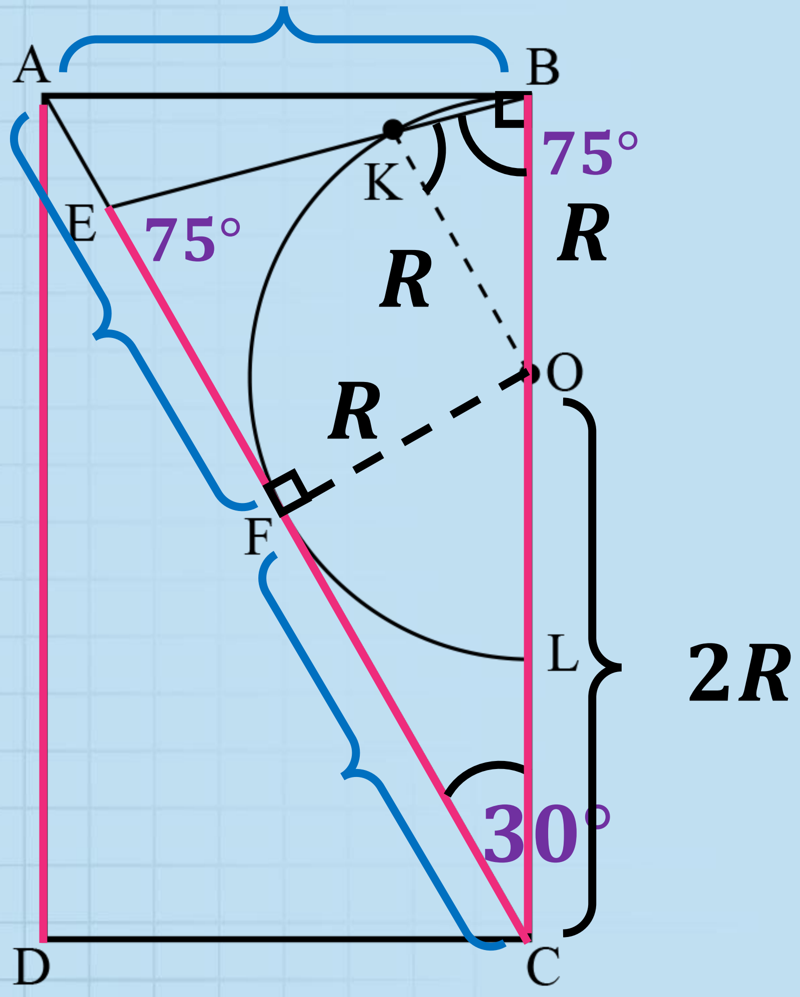
משולש יש"ז $(\measuredangle OFC = 90°)$

בעל זווית פנימית בגודל $30°$

נתון: $AB = CF$, $CE = AD$, $OB = R$.

ג. הוכיחו: $BK = \frac{1}{3} \cdot BE$.

פתרון



⇓

$$OC = 2R$$

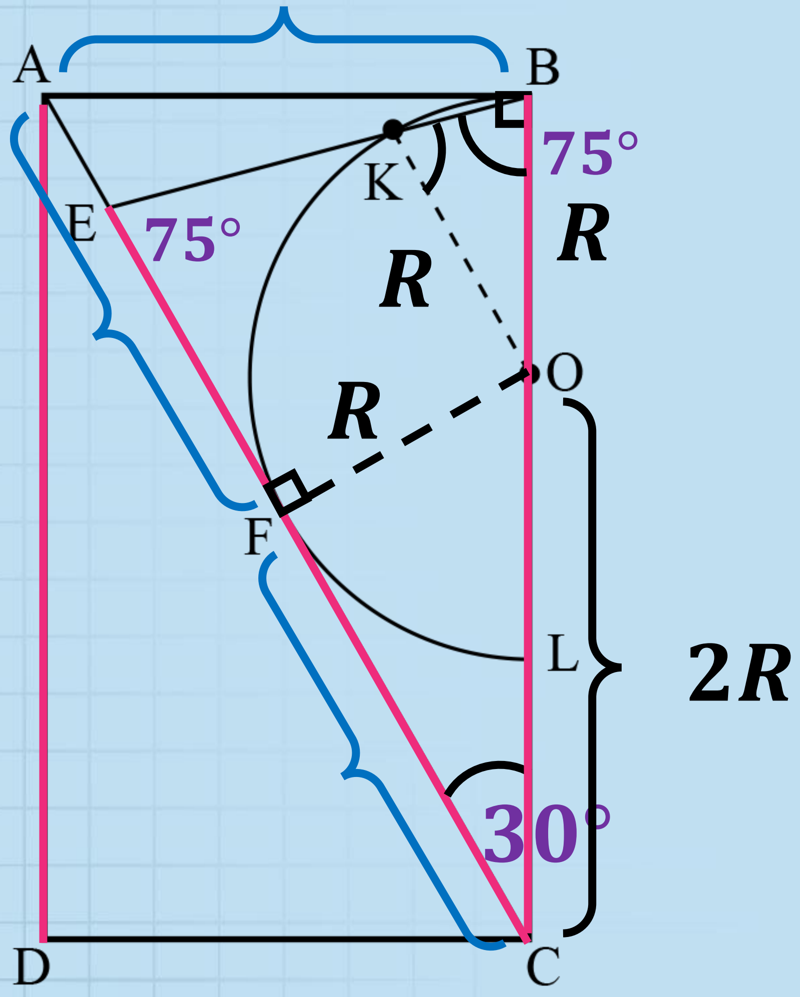
במשולש 30°,60°,90°

הניצב הקטן שווה למחצית היתר

נתון: $AB = CF$, $CE = AD$, $OB = R$.

ג. הוכיחו: $BK = \frac{1}{3} \cdot BE$.

פתרון



$OK \parallel AC$ עפ״י סעיף ב׳

$\Downarrow$

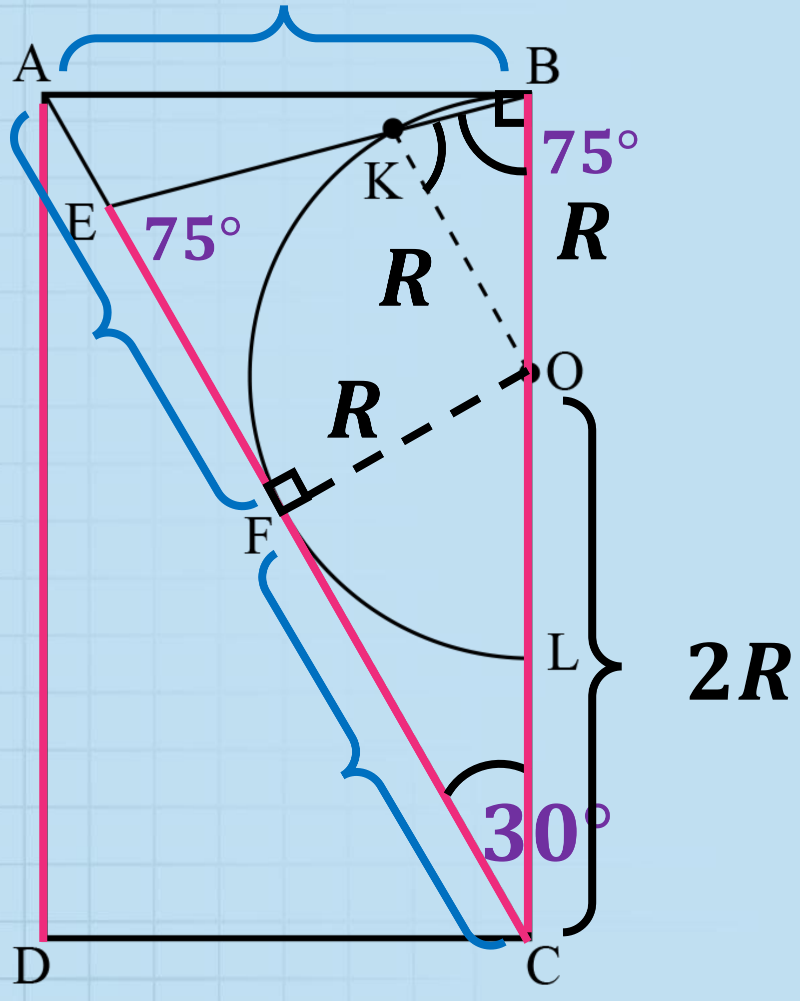
עפ״י ההרחבה למשפט תאלס:

$$\frac{BK}{BE} = \frac{BO}{BC} = \frac{R}{3R} = \frac{1}{3}$$

נתון: $AB = CF$, $CE = AD$, $OB = R$.

ג. הוכיחו: $BK = \frac{1}{3} \cdot BE$.

פתרון



$\Downarrow$

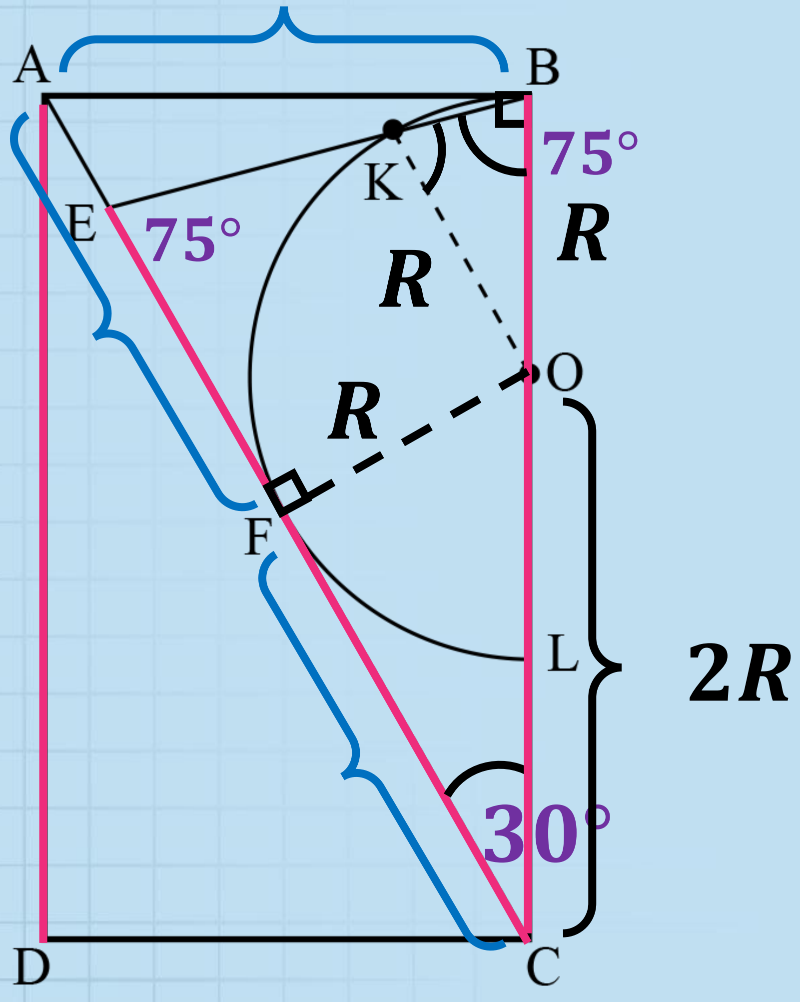
$$BK = \frac{1}{3} \cdot BE$$

מ.ש.ל ג׳

נתון: $AB = CF$ $CE = AD,$ $OB = R,$.

ד. הביעו באמצעות R את שטח המלבן ABCD.

פתרון



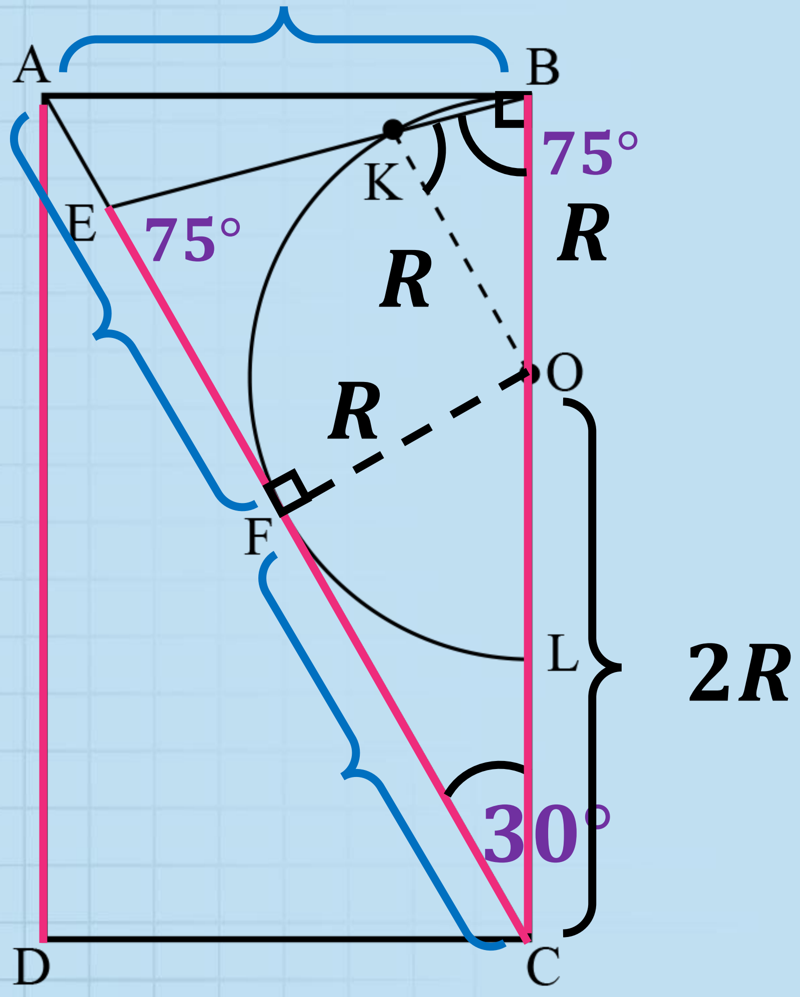
$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = AB \cdot 3R$$

נביע את AB באמצעות R

נתון: $AB = CF$ $CE = AD$, $OB = R$.

ד. הביעו באמצעות R את שטח המלבן ABCD.

פתרון



$$AB = FC$$

עפ״י משפט פיתגורס במשולש ΔOFC

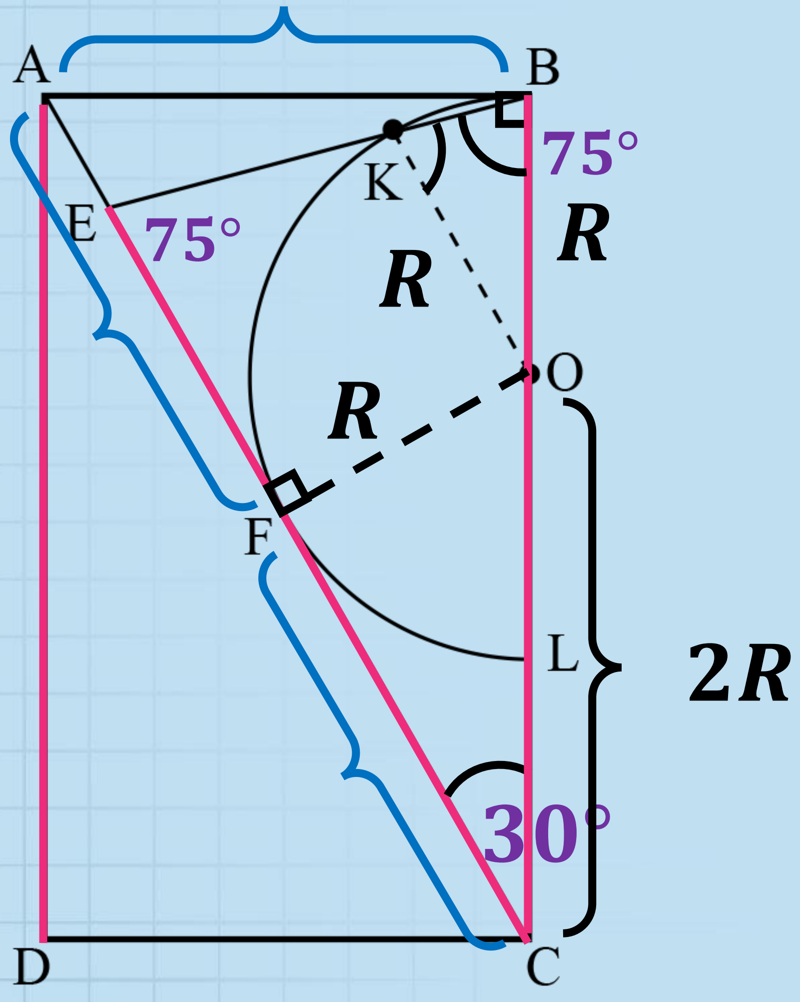
(משולש 30°,60°,90°)

$$FC = \sqrt{3}R$$

נתון: $AB = CF$, $CE = AD$, $OB = R$.

ד. הביעו באמצעות R את שטח המלבן $ABCD$.

פתרון



$\Downarrow$

$$S_{ABCD} = AB \cdot BC = \sqrt{3}R \cdot 3R$$

$$= 3\sqrt{3}R^2$$

מ.ש.ל ד׳

בהצלחה