פתרון תרגיל

הנדסת המישור–
פרופורציות במשולש ישר זווית

מתמטיקה (4 יח"ל) חלק ב'–1

481 , עמ' 330, ת.10

המצגת נערכה ע"י יוסי כהן

השאלה

$ABCD$ הוא טרפז שבו $AB \parallel DC$ והוא חוסם מעגל

שמרכזו O ורדיוסו R. נקודות ההשקה הן: E, F, G ו-H.

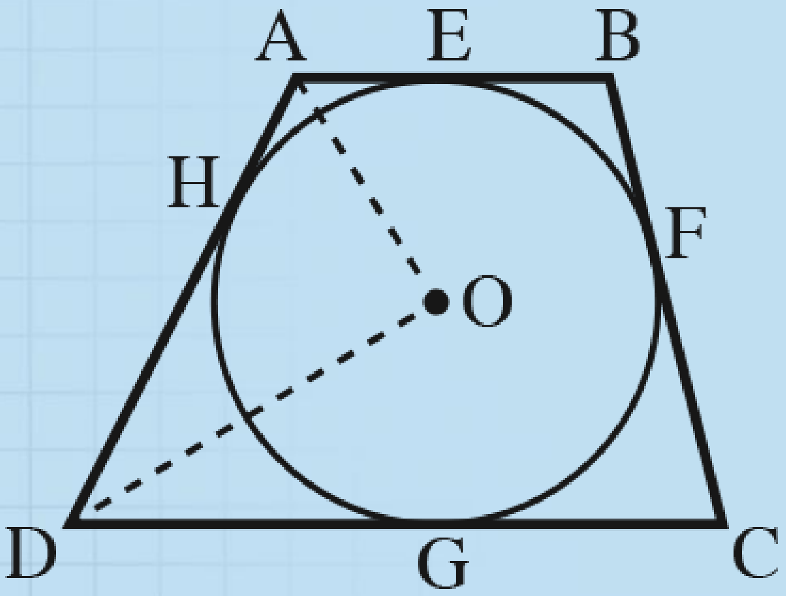
הוכח: א. $\sphericalangle AOD = 90^\circ$.

ב. $AH \cdot DH = R^2$.

(**הדרכה:** חבר את O עם H).

ג. $AH \cdot DH = BF \cdot CF$.

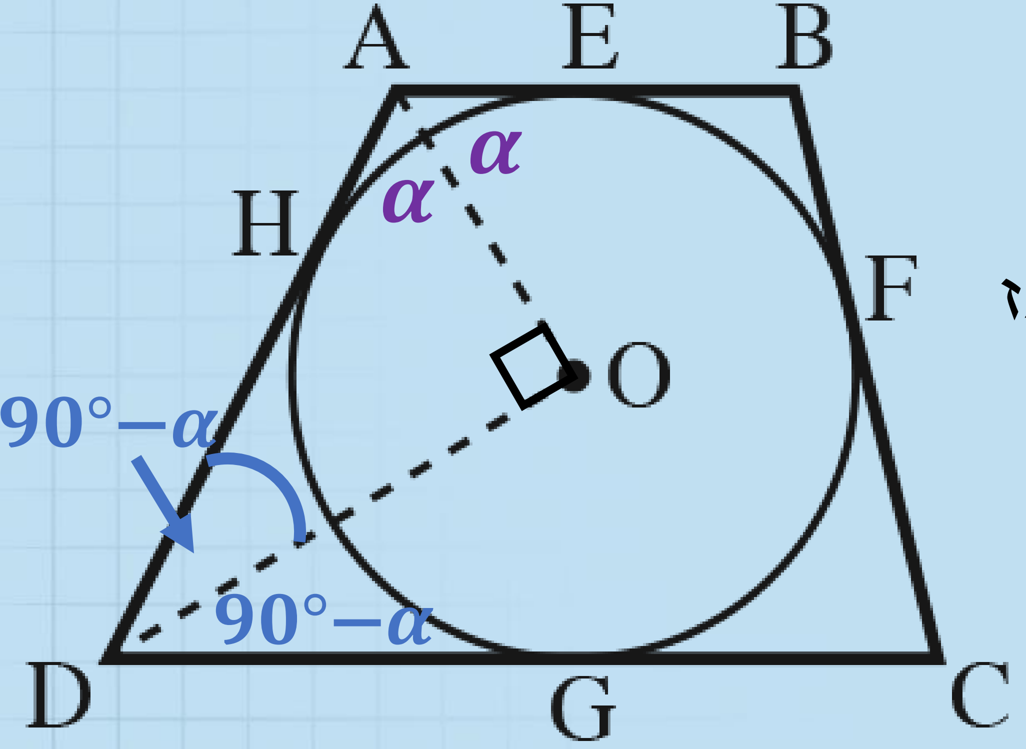
ד. $\frac{CG}{DG} = \frac{AE}{BE}$.



הוכח: א. $\measuredangle AOD = 90^\circ$.

פתרון

O מרכז מעגל חסום במרובע היא נקודת מפגש חוצי זווית במרובע



DO ו – AO חוצי זווית

$\measuredangle BAD + \measuredangle ADC = 180^\circ$ זוויות סמוכות בטרפז

$\measuredangle BAO = \measuredangle OAD = \alpha$ סימון

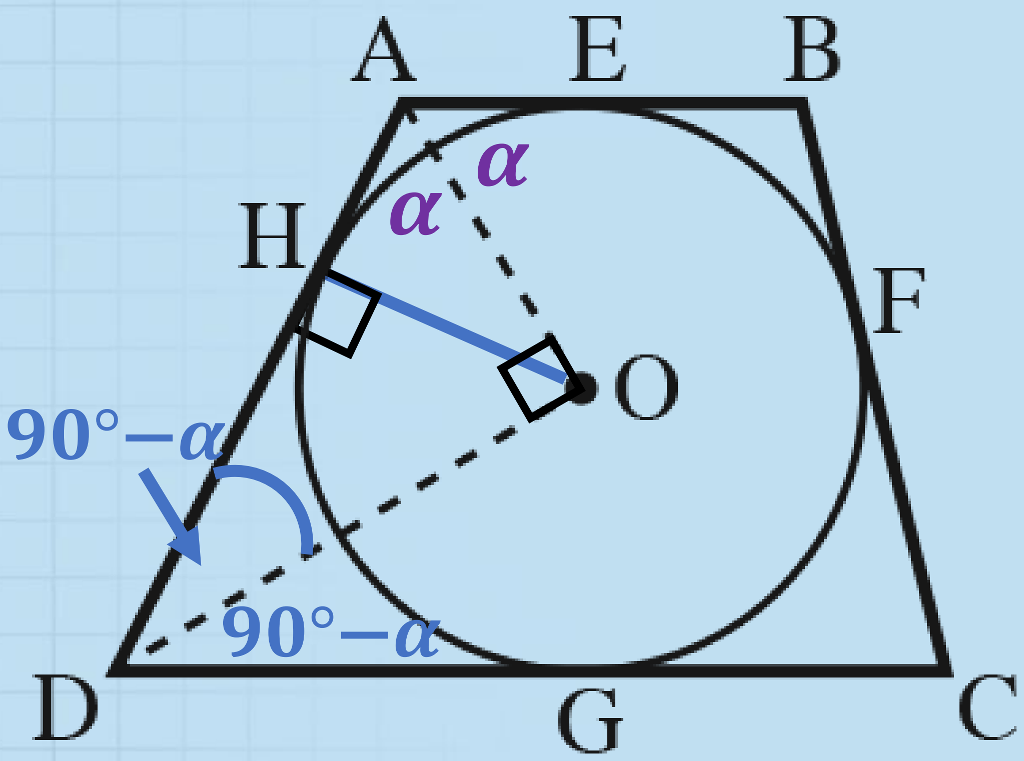
$\measuredangle ADO = \measuredangle ODC = 90^\circ - \alpha$

$\measuredangle AOD = 90^\circ$

מ.ש.ל א'

ב. $AH \cdot DH = R^2$. **(הדרכה:** חבר את O עם H).

פתרון



OH בניית עזר

$OH \perp AD$ רדיוס מאונך למשיק בנק' ההשקה

$OH = R$

נתבונן במשולש AOD

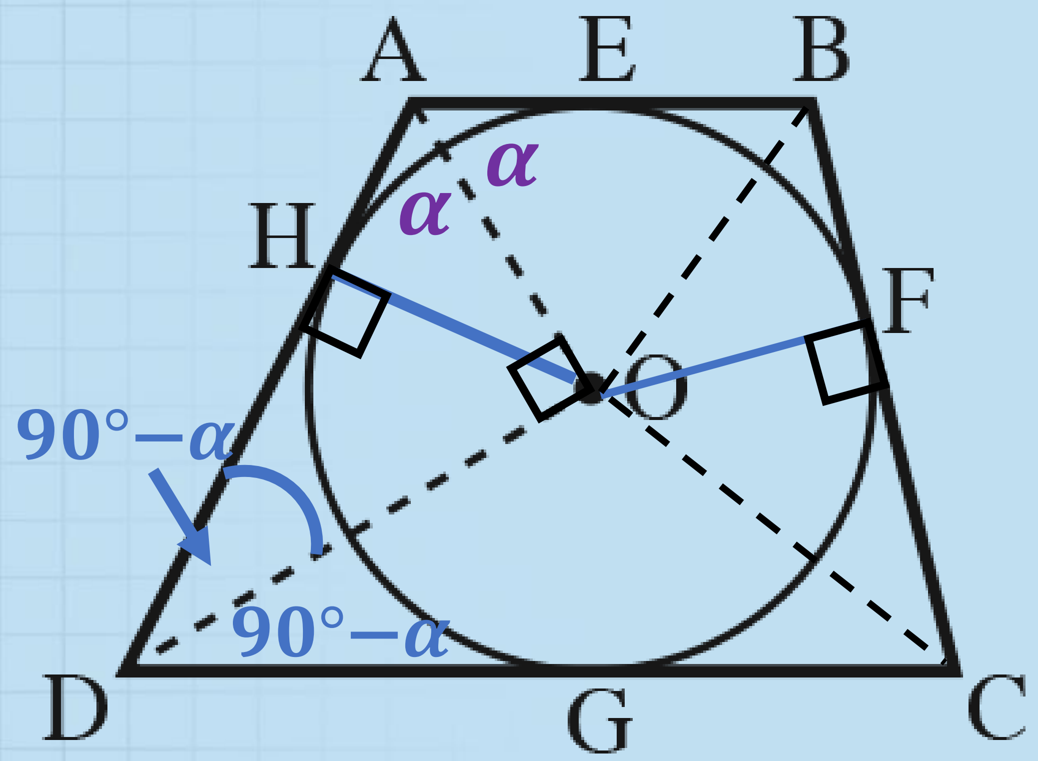
$AH \cdot DH = OH^2 = R^2$ **מ.ש.ל ב'**

במשולש ישר זווית הגובה ליתר הוא ממוצע גיאומטרי של היטלי הניצבים על היתר

ג. $AH \cdot DH = BF \cdot CF$.

פתרון

בניית עזר OF, OB, OC



באופן דומה נתבונן במשולש BOC

ΔBOC ישר זווית

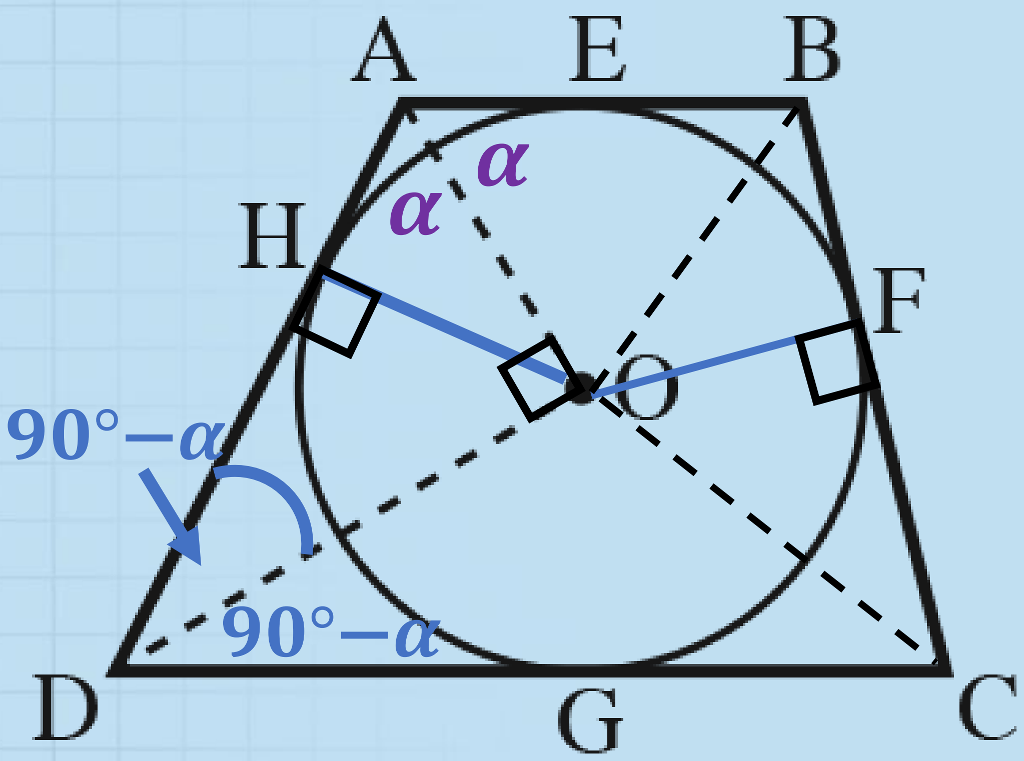
$OF = R$ גובה במשולש ישר זווית

$$BF \cdot FC = OF^2$$

במשולש ישר זווית הגובה ליתר הוא ממוצע גיאומטרי של היטלי הניצבים על היתר

ג. $AH \cdot DH = BF \cdot CF$.

פתרון



$$AH \cdot DH = OH^2$$

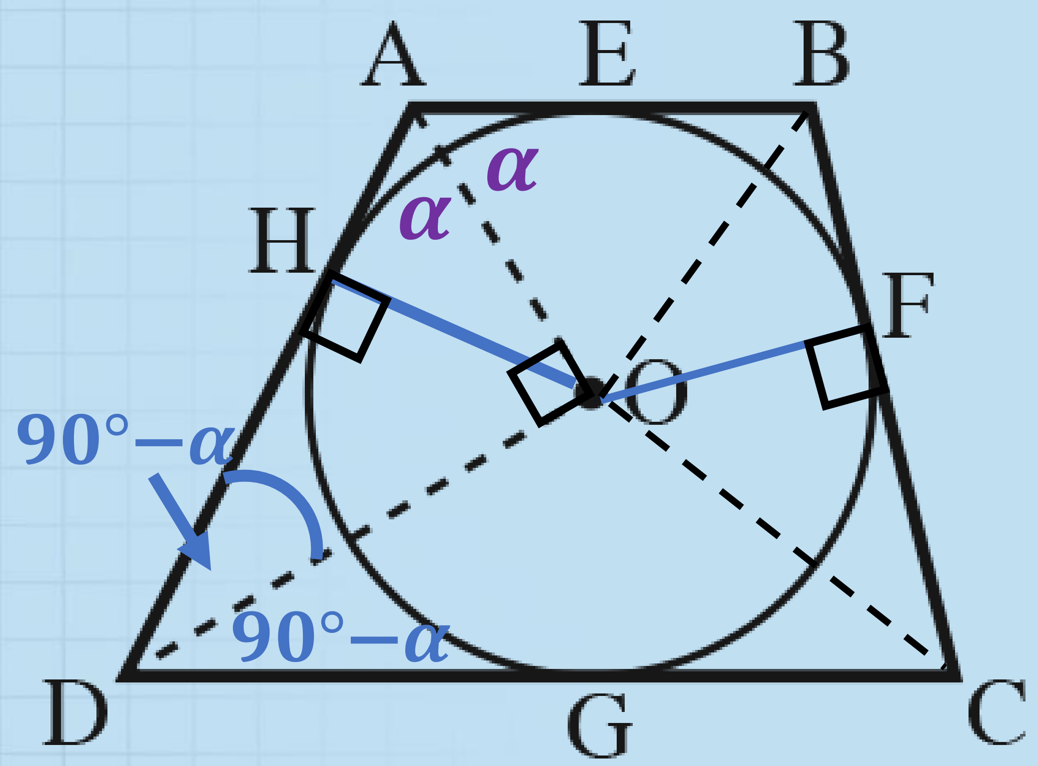
$$BF \cdot FC = OF^2$$

מ.ש.ל ג'

$$AH \cdot DH = BF \cdot FC$$

ד. $\frac{CG}{DG} = \frac{AE}{BE}$.

פתרון



$AH = AE$ $\qquad$ $FC = CG$

$BF = BE$ $\qquad$ $DH = DG$

שני משיקים למעגל היוצאים
מנקודה אחת שווים זה לזה.

$AH \cdot DH = BF \cdot FC$ הוכחה בסעיף קודם

$\frac{AH}{BF} = \frac{FC}{DH}$ $\xrightarrow{\text{הצבה}}$ $\frac{AE}{BE} = \frac{CG}{DG}$

מ.ש.ל ד'

בהצלחה